

## Module 6 : Organisation et gestion des données

### Cours 2 : Proportionnalité

#### Prérequis

- Calculer en utilisant les 4 opérations
- Lire un tableau simple

#### Objectifs

À la fin de ce cours, vous serez capable de :

- Identifier une situation de proportionnalité entre deux grandeurs.
- Résoudre des problèmes relevant de la proportionnalité en utilisant des procédures variées (dont la règle de trois et les produits en croix).

CE DOCUMENT CONTIENT :

<b>Module 6 : Organisation et gestion des données</b> .....	1
Cours 2 : Proportionnalité.....	1
Définition.....	2
Identifier une situation de proportionnalité .....	2
Calcul du coefficient de proportionnalité .....	3
Compléter un tableau de proportionnalité.....	4
1 <sup>er</sup> cas : on connaît le coefficient de proportionnalité.....	4
2 <sup>ème</sup> cas : on ne connaît pas le coefficient de proportionnalité.....	4
Les produits en croix .....	5
Égalité des produits en croix .....	5
Utilisation des produits en croix.....	6
Correction des applications.....	8

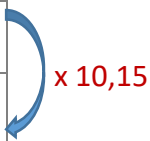
## Définition

Deux suites de nombres sont proportionnelles si on passe de l'une à l'autre en multipliant ou en divisant toujours par un **même nombre**. Ce nombre s'appelle le **coefficient de proportionnalité**.

### Exemple

Le salaire d'un employé est donné par le tableau ci-dessous.

<b>Nombre d'heures de travail</b>	1	2	5	35
<b>Salaire en euros</b>	10,15	20,30	50,75	355,25



On obtient le salaire en multipliant le nombre d'heures par 10,15 (Smic horaire brut au 01/01/2020)

- salaire pour 1 h :  $1 \times 10,15 = 10,15$  €
- salaire pour 2 h :  $2 \times 10,15 = 20,30$  €
- salaire pour 5 h :  $5 \times 10,15 = 50,75$  €
- salaire pour 35 h :  $35 \times 10,15 = 355,25$  €

Pour calculer le nombre d'heures travaillées, on divise le salaire par 10,15

- nombre d'heures correspondant à 10,15 €  $\Rightarrow 10,15 : 10,15 = 1$  h
- nombre d'heures correspondant à 20,30 €  $\Rightarrow 20,30 : 10,15 = 2$  h
- nombre d'heures correspondant à 50,75€  $\Rightarrow 50,75 : 10,15 = 5$  h etc.

**10,15 est le coefficient de proportionnalité**

## Identifier une situation de proportionnalité

**Attention** : tous les tableaux de nombres ne sont pas des tableaux de proportionnalité !

Situation de **non** proportionnalité : ce tableau représente le poids d'un jeune enfant en fonction de son âge.

<b>Age (en mois)</b>	0	1	3	6	9	12
<b>Poids (en kg)</b>	4,5	5	7	9	10	11,5

Pour savoir si c'est un tableau de proportionnalité, il faut calculer le coefficient de proportionnalité pour chaque colonne.

- Si le nombre trouvé est toujours le même, alors les grandeurs sont proportionnelles ;
- Dans tous les autres cas, il n'y a pas de proportionnalité (Il suffit de deux quotients différents pour affirmer que ce n'est pas un tableau de proportionnalité).

Pour chaque colonne, divisons le poids par l'âge :

- Colonne 1 :  $4,5 \div 0 = \text{impossible}$ . On n'a pas le droit de diviser par 0 ! Donc il n'y a pas de proportionnalité.

On aurait pu calculer le coefficient de proportionnalité avec les autres colonnes :

- $5 : 1 = 5$
- $7 : 3 = 2,33$
- $9 : 6 = 3$

Comme les coefficients sont **différents**, il n'y a pas de proportionnalité.

Il suffit qu'un seul coefficient soit différent d'un autre pour qu'il n'y ait pas de proportionnalité.

## Calcul du coefficient de proportionnalité

Exemple 1 : Une voiture consomme 8 litres d'essence pour faire 100 kilomètres.

La consommation d'essence est proportionnelle à la distance parcourue.

<b>x</b> coefficient de proportionnalité	Nombre de litres d'essence	8	16		32	<b>÷</b> coefficient de proportionnalité
	Distance parcourue en kilomètres	100		300		

Pour compléter ce tableau, il faut connaître le coefficient de proportionnalité.

Calcul du coefficient de proportionnalité :  $100 : 8 = 12,5$

Vérification :  $8 \times 12,5 = 100$  et  $100 : 12,5 = 8$

On peut ensuite compléter le tableau de proportionnalité :

<b>x 12,5</b>	Nombre de litres d'essence	8	16	<b>24</b>	32	<b>÷ 12,5</b>
	Distance parcourue en kilomètres	100	<b>200</b>	300	<b>400</b>	

$300 \div 12,5 = 24$   
 $16 \times 12,5 = 200$   
 $32 \times 12,5 = 400$

## Compléter un tableau de proportionnalité

Pour compléter un tableau de proportionnalité, deux cas possibles :

1. on connaît le coefficient de proportionnalité ;
2. on ne connaît pas le coefficient de proportionnalité ;

1<sup>er</sup> cas : on connaît le coefficient de proportionnalité.

Exemple : Compléter le tableau de proportionnalité sachant que le prix du litre est **1,55 €**.

Nombre de litres d'essence	0	1	5	6	10	15
Prix à payer (en €)		1,55				

) x 1,55

On effectue les calculs indiqués par le coefficient de proportionnalité.

Nombre de litres d'essence	0	1	5	6	10	15
Prix à payer (en €)	0	1,55	7,75	9,30	15,5	23,25

) x 1,55

2<sup>ème</sup> cas : on ne connaît pas le coefficient de proportionnalité.

Exemple 2 : Compléter le tableau de proportionnalité

Nombre kilogrammes de tomates	1	2,5	5	10	50
Prix en euros		3,75			

On calcule le coefficient de proportionnalité :  $3,75 \div 2,5 = 1,5$

Ensuite, on effectue les calculs en multipliant la 1<sup>ère</sup> ligne par le coefficient de proportionnalité.

Nombre kilogrammes de tomates	1	2,5	5	10	50
Prix en euros	1,5	3,75	7,5	15	75

) x 1,5

### Application 1

Compléter le tableau de proportionnalité ci-dessous :

x 7	2	5	.....	15	.....	.....
	.....	.....	49	.....	210	

[Voir la correction](#)

## Les produits en croix

L'égalité des produits en croix est une technique qui permet de traiter une situation de proportionnalité rapidement sans calculer le coefficient de proportionnalité

Exemple :

<b>Nombre de baguettes de pain</b>	7	3
<b>Prix en euros</b>	6,09	?

Calculons le coefficient de proportionnalité :  $6,09 \div 7 = 0,87$

Prix de 3 baguettes :  $0,87 \times 3 = 2,61$

Nous allons apprendre que ces deux opérations peuvent être réalisées en une seule fois grâce aux produits en croix.

## Égalité des produits en croix

Les produits en croix sont l'application directe de la proportionnalité.

Les **produits en croix** : s'utilisent chaque fois qu'il y a **proportionnalité**. Ils permettent de calculer le prix au mètre, au kilogramme, etc....

### Exemple

Une voiture consomme 6 litres d'essence pour parcourir 100 kilomètres. C'est une situation de proportionnalité. Nous pouvons vérifier **l'égalité des produits en croix** :

Exemple :

<b>Nombre de litres d'essence</b>	6	12	18
<b>Nombre de kilomètres parcourus</b>	100	200	300

Vérifions l'**égalité** des produits en croix :  $6 \times 200 = 1200$  } Ces deux produits sont bien égaux  
 $12 \times 100 = 1200$  }  $6 \times 200 = 12 \times 100$

<b>Nombre de litres d'essence</b>	6	12	18
<b>Nombre de kilomètres parcourus</b>	100	200	300

Vérifions l'**égalité** des produits en croix :  $12 \times 300 = 3600$  } Ces deux produits sont bien égaux  
 $18 \times 200 = 3600$  }  $12 \times 300 = 18 \times 200$

<b>Nombre de litres d'essence</b>	6	12	18
<b>Nombre de kilomètres parcourus</b>	100	200	300

Vérifions l'égalité des produits en croix :  $6 \times 300 = 1800$   
 $18 \times 100 = 1800$  } Ces deux produits sont bien égaux  
 $6 \times 300 = 18 \times 100$

Calculons maintenant le nombre de kilomètres parcourus avec, par exemple, 30 litres d'essence.

<b>Nombre de litres d'essence</b>	6	12	18	30
<b>Nombre de kilomètres parcourus</b>	100	200	300	?

Si tous les produits en croix sont égaux, il est possible d'écrire :

$$18 \times ? = 30 \times 300 \text{ ou encore } 18 \times x = 30 \times 300$$

$$18 \times x = 9\,000$$

$$x = 9\,000 \div 18 \quad x = 500$$

### Remarque

Pour cet exemple, il n'était pas possible d'utiliser le coefficient de proportionnalité car

$$100 \div 6 = 16,666\dots$$

$$200 \div 12 = 16,666\dots$$

## Utilisation des produits en croix

### Exemple

1,5 litres de jus de fruits est vendu 1,56 €. Dans ce cas, le prix est proportionnel à la quantité. Traçons un tableau de proportionnalité.

	Ce que je connais	Ce que je cherche
Nombre de litres	1,5	1
Prix (en €)	1,56	?

Dans le cas du produit en croix, on n'est pas obligé de calculer le coefficient de proportionnalité. On peut effectuer directement le calcul suivant :

	Ce que je connais	Ce que je cherche
Nombre de litres	1,5	1
Prix (en €)	1,56	$x$

$x$  représente **ce que je cherche** soit le prix de 1 litre de jus de fruits

On pose l'égalité des produits en croix en commençant par  $x$

Calcul :  $x \times 1,5 = 1 \times 1,56$      $\Rightarrow x \times 1,5 = 1,56$      $\Rightarrow x = 1,56 \div 1,5$      $\Rightarrow x = 1,04$

### Application 2

Compléter le tableau de proportionnalité ci-dessous :

<b>Nombre de litres d'essence</b>	25	.....	32
<b>Nombre de kilomètres parcourus</b>	400	120	.....

[Voir la correction](#)

## Correction des applications

### Correction 1.

Compléter le tableau de proportionnalité ci-dessous :

<b>x 7</b>	2	5	7	15	30	<b>÷ 7</b>
	14	35	49	105	210	

[Retour au cours](#)

### Correction 2.

Compléter le tableau de proportionnalité ci-dessous :

<b>Nombre de litres d'essence</b>	25	.....	32
<b>Nombre de kilomètres parcourus</b>	400	120	.....

Voir la correction

1<sup>ère</sup> méthode : en calculant le coefficient de proportionnalité :  $400 \div 25 = 0,0625$

<b>x 16</b>	<b>Nombre de litres d'essence</b>	25	7,5	32	<b>÷ 16</b>
	<b>Nombre de kilomètres parcourus</b>	400	120	512	

Explications des calculs :  $120 \div 16 = 7,5$

$$32 \times 16 = 512$$

2<sup>ème</sup> méthode : en utilisant l'égalité des produits en croix :

<b>Nombre de litres d'essence</b>	25	$x$	32
<b>Nombre de kilomètres parcourus</b>	400	120	.....

Explications des calculs :  $x \times 400 = 25 \times 120$

$$x \times 400 = 3\,000$$

$$x = 3\,000 \div 400 \quad \Rightarrow \quad x = 7,5$$



Nombre de litres d'essence	25	7,5	32
Nombre de kilomètres parcourus	400	120	$x$

Explications des calculs : On utilise seulement les valeurs données dans l'énoncé car en cas d'erreur, les calculs suivants seront faux.

$$x \times 25 = 32 \times 400$$

$$x \times 25 = 12\,800$$

$$x = 12\,800 \div 25 \quad \Rightarrow \quad x = 512$$

**Fin du cours**