CFG palier 2 module 6 Organisation et gestion des données

Cours 2 : Proportionnalité

Prérequis
- Calculer en utilisant les 4 opérations
- Lire un tableau simple

Objectifs
À la fin de ce cours, vous serez capable de :
- Identifier une situation de proportionnalité entre deux grandeurs.
- Résoudre des problèmes relevant de la proportionnalité et notamment des problèmes relatifs aux pourcentages, aux échelles, aux vitesses moyennes ou aux conversions d'unité en utilisant des procédures variées (dont la règle de trois et les produits en croix).

L'évaluation est réalisée à l'écrit et à l'oral en particulier pour la compréhension de l'énoncé.

L'énoncé permet à l'élève de comprendre aisément le but du problème.

Les situations proposées ont du sens pour l'élève. Elles peuvent provenir d'autres disciplines. L'énoncé du problème doit :
- contenir les éléments qui permettent d'inférer la proportionnalité ;
- permettre d'identifier et d'extraire directement les trois valeurs nécessaires au calcul de la quatrième proportionnelle.

Il est attendu de l'élève qu'il parvienne :
- à identifier et à extraire ces trois valeurs ;
- à calculer la quatrième proportionnelle par la méthode de son choix.

L'utilisation d'un tableau de proportionnalité est possible mais le tableau n'est pas donné a priori et doit être construit par l'élève.

CE DOCUMENT CONTIENT :

Définition

Deux suites de nombres sont proportionnelles si on passe de l'une à l'autre en multipliant ou en divisant toujours par un **même nombre**. Ce nombre s'appelle **le coefficient de proportionnalité**.

Exemple

Le salaire d'un employé est donné par le tableau ci-dessous.

Nombre d'heures de travail	1	2	5	35
Salaire en euros	10,15	20,30	50,75	355,25

x 10,15

On obtient le salaire en multipliant le nombre d'heures par 10,15 (Smic horaire brut au 01/01/2020)

- salaire pour 1 h : 1 x 10,15 = 10,15 €
- salaire pour 2 h : 2 x 10,15 = 20,30 €
- salaire pour 5 h : 5 x 10,15 = 50,75 €
- salaire pour 35 h : 35 x 10,15 = 355,25 €

Pour calculer le nombre d'heures travaillées, on divise le salaire par 10,15

- nombre d'heures correspondant à 10,15 € ⇨ 10,15 : 10,15 = 1 h
- nombre d'heures correspondant à 20,30 € ⇨ 20,30 : 10,15 = 2 h
- nombre d'heures correspondant à 50,75€ ⇨ 50,75 : 10,15 = 5 h etc.

10,15 est le coefficient de proportionnalité

Identifier une situation de proportionnalité

Attention : tous les tableaux de nombres ne sont pas des tableaux de proportionnalité !

Situation de **non** proportionnalité : ce tableau représente le poids d'un jeune enfant en fonction de son âge.

Age (en mois)	**0**	**1**	**3**	**6**	**9**	**12**
Poids (en kg)	**4,5**	**5**	**7**	**9**	**10**	**11,5**

Pour savoir si c'est un tableau de proportionnalité, il faut calculer le coefficient de proportionnalité pour chaque colonne.

- ➢ Si le nombre trouvé est toujours le même, alors les grandeurs sont proportionnelles ;
- ➢ Dans tous les autres cas, il n'y a pas proportionnalité (Il suffit de deux quotients différents pour affirmer que ce n'est pas un tableau de proportionnalité).

Pour chaque colonne, divisons le poids par l'âge :

- ➢ Colonne 1 : **4,5 ÷ 0** = impossible. On n'a pas le droit de diviser par 0 ! Donc il n'y a pas de proportionnalité.

On aurait pu calculer le coefficient de proportionnalité avec les autres colonnes :

- 5 : 1 = 5
- 7 : 3 = 2,33
- 9 : 6 = 3

Comme les coefficients sont **différents**, il n'y a pas de proportionnalité.

Il suffit qu'un seul coefficient soit différent d'un autre pour qu'il n'y ait pas proportionnalité.

Calcul du coefficient de proportionnalité

Exemple 1 : Une voiture consomme 8 litres d'essence pour faire 100 kilomètres.

La consommation d'essence est proportionnelle à la distance parcourue.

x coefficient de proportionnalité

Nombre de litres d'essence	8	16		32
Distance parcourue en kilomètres	100		300	

÷ coefficient de proportionnalité

Pour compléter ce tableau, il faut connaître le coefficient de proportionnalité.

Calcul du coefficient de proportionnalité : 100 : 8 = 12,5

Vérification : 8 x 12,5 = 100 et 100 : 12,5 = 8

On peut ensuite compléter le tableau de proportionnalité :

300 ÷ 12,5 = 24

x 12,5

Nombre de litres d'essence	8	16	**24**	32
Distance parcourue en kilomètres	100	**200**	300	**400**

÷ 12,5

16 x 12,5 = 200

32 x 12,5 = 400

Compléter un tableau de proportionnalité

Pour compléter un tableau de proportionnalité, deux cas possibles :

1. on connait le coefficient de proportionnalité ;
2. on ne connait pas le coefficient de proportionnalité ;

1er cas : on connait le coefficient de proportionnalité.

Exemple : Compléter le tableau de proportionnalité sachant que le prix du litre est **1,55** €.

Nombre de litres d'essence	**0**	**1**	**5**	**6**	**10**	**15**
Prix à payer (en €)		**1,55**				

x 1,55

On effectue les calculs indiqués par le coefficient de proportionnalité.

Nombre de litres d'essence	**0**	**1**	**5**	**6**	**10**	**15**
Prix à payer (en €)	0	**1,55**	7,75	9,30	15,5	23,25

x 1,55

2ème cas : on ne connait pas le coefficient de proportionnalité.

Exemple 2 : Compléter le tableau de proportionnalité

Nombre kilogrammes de tomates	**1**	**2,5**	**5**	**10**	**50**
Prix en euros		**3,75**			

On calcule le coefficient de proportionnalité : 3,75 ÷ 2,5 = **1,5**

Ensuite, on effectue les calculs en multipliant la 1ère ligne par le coefficient de proportionnalité.

Nombre kilogrammes de tomates	**1**	**2,5**	**5**	**10**	**50**
Prix en euros	**1,5**	**3,75**	**7,5**	**15**	**75**

x 1,5

Application 1

Compléter le tableau de proportionnalité ci-dessous :

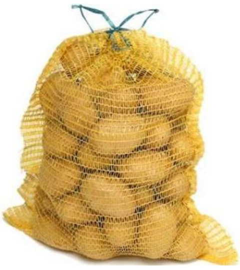
2	**5**	**……**	**15**	**……**
……	**……**	**49**	**……**	**210**

x 7 **……**

[Voir la correction](#)

La règle de trois

La règle de trois est une méthode qui permet de traiter une situation de proportionnalité lorsqu'on ne peut pas utiliser un coefficient entier.



Exemple : 5 kg de pommes de terre coûtent 9 €. Combien coûtent 3 kg ?

Raisonnement de la règle de trois (3 étapes et **3** nombres connus) **:**

1. On connait le prix de **5** kg ⇨ **9** €
2. On peut calculer le prix de 1 kg ⇨ 9 : 5 = 1,8
3. On peut calculer le prix de **3** kg ⇨ 1,80 x 3 = 5,4 €

Masses en kg — Prix en euros

En résumé pour la règle de trois :

1. On note ce qu'on connait : ⇨ **.............**
2. On calculer pour 1 ⇨ ....
3. On calcule ce qu'on cherche ⇨ ....

Application 2

Posté par Clo sur un forum de bricolage.

Je dois acheter 11 m2 de faïences pour salle de bain (20x25 ou 20x30).

Quelqu'un peut-il me dire quel poids fait environ un carton de 1,5 m^2, car je vais faire le transport avec ma voiture et je ne voudrais pas trop faire souffrir mes amortisseurs, avec 4,5 m^2 de carrelages ?

<u>Réponse :</u>

Cela dépend de l'épaisseur du carreau par exemple : une faïence de 6 mm d'épaisseur à une masse de 24 kg pour 1,5 m², le mieux c'est de demander au vendeur qui te donnera le chiffre juste.

Aidez Clo à faire son calcul en calculant le poids de 4,5 m² de carrelage d'épaisseur 6 mm.

Voir la correction

Les produits en croix

L'égalité des produits en croix est une autre technique qui permet de traiter une situation de proportionnalité rapidement sans calculer le coefficient de proportionnalité

Exemple :

Nombre de baguettes de pain	7	3
Prix en euros	6,09	**?**

Calculons le coefficient de proportionnalité : 6,09 ÷ 7 = 0,87

Prix de 3 baguettes : 0,87 x 3 = 2,61

Nous allons apprendre que ces deux opérations peuvent être réalisées en une seule fois grâce aux produits en croix.

Égalité des produits en croix

Les produits en croix sont l'application directe de la proportionnalité.

Les **produits en croix** : s'utilisent chaque fois qu'il y a **proportionnalité**. Ils permettent de calculer le prix au mètre, au kilogramme, etc....

Exemple

Une voiture consomme 6 litres d'essence pour parcourir 100 kilomètres. C'est une situation de proportionnalité. Nous pouvons vérifier **l'égalité des produits en croix** :

Nombre de litres d'essence	6	12	18
Nombre de kilomètres parcourus	100	200	300

Vérifions l'**égalité** des produits en croix : 6 x 200 = **1200**

12 x 100 = **1200**

Ces deux produits sont bien égaux

6 x 200 = 12 x 100

Nombre de litres d'essence	6	12	18
Nombre de kilomètres parcourus	100	200	300

Vérifions l'**égalité** des produits en croix : 12 x 300 = **3600**

18 x 200 = **3600**

Ces deux produits sont bien égaux

12 x 300 = 18 x 200

Nombre de litres d’essence	6	12	18
Nombre de kilomètres parcourus	100	200	300

Vérifions l’**égalité** des produits en croix : 6 x 300 = **1800**

18 x 100 = **1800**

Ces deux produits sont bien égaux

6 x 300 = 18 x 100

Calculons maintenant le nombre de kilomètres parcourus avec, par exemple, 30 litres d’essence.

Nombre de litres d’essence	6	12	18	30
Nombre de kilomètres parcourus	100	200	300	?

Si tous les produits en croix sont égaux, il est possible d’écrire :

18 x ? = 30 x 300 ou encore 18 x x = 30 x 300

18 x x = 9 000

x = 9 000 ÷ 18 x = 500

Remarque

Pour cet exemple, il n’était pas possible d’utiliser le coefficient de proportionnalité car

100 ÷ 6 = 16,666….

200 : 12 = 16,666….

Utilisation des produits en croix

Exemple

1,5 litres de jus de fruits est vendu 1,56 €. Dans ce cas, le prix est proportionnel à la quantité. Traçons un tableau de proportionnalité.

	Ce que je connais	Ce que je cherche
Nombre de litres	1,5	1
Prix (en €)	1,56	?

Dans le cas du produit en croix, on n’est pas obligé de calculer le coefficient de proportionnalité. On peut effectuer directement le calcul suivant :

	Ce que je connais	Ce que je cherche
Nombre de litres	1,5	1
Prix (en €)	1,56	x

x représente **ce que je cherche** soit le prix de 1 litre de jus de fruits

On pose l'égalité des produits en croix en commençant par x

Calcul : x x 1,5 = 1 x 1,56 ⇨ x x 1,5 = 1,56 ⇨ x = 1,56 ÷ 1,5 ⇨ x = **1,04**

Application 3

Compléter le tableau de proportionnalité ci-dessous :

Nombre de litres d'essence	25	……	32
Nombre de kilomètres parcourus	400	120	……

Voir la correction

Correction des applications

Correction 1.

Compléter le tableau de proportionnalité ci-dessous :

x 7

2	**5**	**7**	**15**	**30**
14	**35**	**49**	**105**	**210**

÷ 7

Retour au cours

Correction 2.

Posté par Clo sur un forum de bricolage.

Je dois acheter 11 m2 de faïences pour salle de bain (20x25 ou 20x30).

Quelqu'un peut-il me dire quel poids fait environ un carton de 1,5 m^2, car je vais faire le transport avec ma voiture et je ne voudrais pas trop faire souffrir mes amortisseurs, avec 4,5 m^2 de carrelages ?

Réponse :

Cela dépend de l'épaisseur du carreau par exemple : une faïence de 6 mm d'épaisseur à une masse de 24 kg pour 1,5 m^2, le mieux c'est de demander au vendeur qui te donnera le chiffre juste.

Aidez Clo à faire son calcul en calculant le poids de 4,5 m^2 de carrelage d'épaisseur 6 mm.

1. Ce qu'il connait : 1,5 m^2 ⇨ 24 kg
2. Calcul pour 1 m^2 ⇨ 24 : 1,5 = 16 kg
3. Calcul pour 4,5 m^2 ⇨ 16 x 4,5 = 72 kg

Le poids de 4,5 m^2 de carrelage d'épaisseur 6 mm sera de 72 kg.

Retour au cours

Correction 3.

Compléter le tableau de proportionnalité ci-dessous :

Nombre de litres d'essence	25	……	32
Nombre de kilomètres parcourus	400	120	……

Voir la correction

1ère méthode : en calculant le coefficient de proportionnalité : 400 ÷ 25 = 0,0625

x 16

Nombre de litres d'essence	25	7,5	32
Nombre de kilomètres parcourus	400	120	512

÷ 16

Explications des calculs : 120 ÷ 16 = 7,5

32 x16 = 512

2ème méthode : en utilisant l'égalité des produits en croix :

Nombre de litres d'essence	25	x	32
Nombre de kilomètres parcourus	400	120	…..

Explications des calculs : x x 400 = 25 x 120

x x 400 = 3 000

x = 3 000 ÷ 400 ⇨ x = 7,5

Nombre de litres d'essence	25	7,5	32
Nombre de kilomètres parcourus	400	120	x

Explications des calculs : On utilise seulement les valeurs données dans l'énoncé car en cas d'erreur, les calculs suivants seront faux.

x x 25 = 32 x 400

x x 25 = 12 800

x = 12 800 ÷ 25 ⇨ x = 512

Fin du cours, faire les exercices palier 2 proportionnalité.