

CFG Palier 3 Module 1 Numération

Cours 2 : Fractions simples

Pré requis

- Lire et écrire les nombres décimaux
- Fractions cycle2

Objectifs

À la fin de ce cours, vous serez capable :

- Connaître diverses désignations des fractions : orales, écrites et décompositions additives et multiplicatives (exemple : quatre tiers ; $4/3$; $1/3 + 1/3 + 1/3 + 1/3$; $1 + 1/3$; $4 \times 1/3$)
- Connaître et utiliser quelques fractions simples comme opérateur de partage en faisant le lien entre les formulations en langage courant et leur écriture mathématique (ex : faire le lien entre « la moitié de » et 102 multiplier par $1/2$).
- Utiliser des fractions pour rendre compte de partages de grandeurs ou de mesures de grandeurs.
- Repérer et placer des fractions sur une demi-droite graduée adaptée.
- Encadrer une fraction par deux nombres entiers consécutifs.
- Comparer deux fractions de même dénominateur.
- Écrire une fraction sous forme de somme d'un entier et d'une fraction inférieure à 1.
- Connaître des égalités entre des fractions usuelles (exemples : $5/10 = 1/2$; $10/100 = 1/10$; $2/4 = 1/2$)
- Utiliser des fractions pour exprimer un quotient.

CE DOCUMENT CONTIENT :

CFG Palier 3 Module 1 Numération	1
Cours 2 : Fractions simples	1
Lire et représenter des fractions simples	3
Exemples de fractions simples	4
Les fractions simples à connaître	4
Exemples de fractions décimales	5
Comparaison à l'unité	6
Repérage sur une demi-droite graduée	6
Décomposer une fraction	7
Fraction plus petite que l'unité	7
Fraction plus grande que l'unité	8
Décomposer une fraction décimale	8
Transformation décimal / fraction	10
Écrire un nombre décimal sous la forme d'une fraction	10
Écrire une fraction sous la forme d'un nombre décimal	10

Encadrer une fraction par deux nombres entiers consécutifs	11
Fraction équivalente à une fraction donnée	11
Simplifier une fraction	13
Fraction d'une grandeur	14
Correction des applications	16

Lire et représenter des fractions simples

Exemple 1 : Divisons deux par trois : $2 \div 3 = 0,6666\dots$ Il n'y a pas de résultat simple.

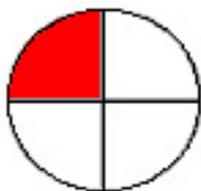
Au lieu d'écrire le résultat, nous écrivons plutôt la division, nous écrivons par exemple $\frac{2}{3}$ ou $2/3$. $\frac{2}{3}$ est une **fraction** de l'unité.

Représentation : la barre ci-dessous est partagée en 3 parties égales. 2 parties sur 3 sont colorées en jaune soit $\frac{2}{3}$



Lorsque l'on partage une unité **en parts égales**, on obtient des **fractions** de cette unité.

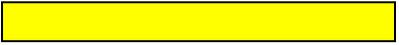
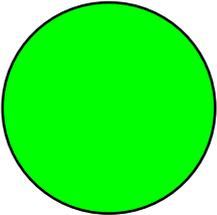
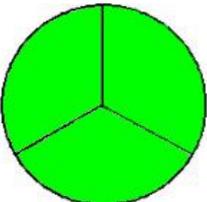
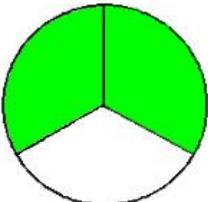
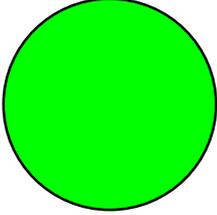
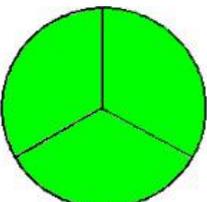
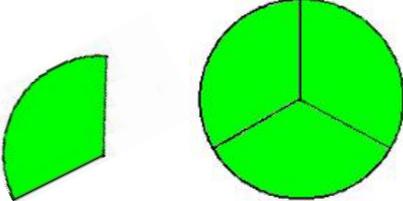
Exemple 2 : le disque est partagé en 4 parties égales. La fraction colorée représente 1 part sur 4. C'est $\frac{1}{4} = \frac{1}{4}$. On lit : **un quart**.



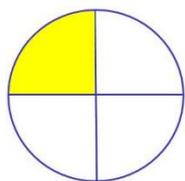
1 \Leftrightarrow **1** est le **numérateur** (ce qui veut dire « celui qui nomme »). Il indique que l'on a pris **1** part.

4 \Leftrightarrow **4** est le **dénominateur** (ce qui veut dire « celui qui compte »). Il indique que l'unité est partagée en **4** parts égales.

Exemples de fractions simples

   	<p>L'unité est la longueur de la bande colorée</p> <p>1 unité partagée en 5 parts égales : $\frac{5}{5}$</p> <p>1 cinquième : $\frac{1}{5}$. On prend 1 part sur 5.</p> <p>3 cinquièmes : $\frac{3}{5}$. On prend 3 parts sur 5. Cette quantité est plus petite que l'unité.</p>	
 <p>1 unité l'unité est l'aire d'un disque</p>	 <p>1 unité partagée en 3 parts égales.</p> <p>1 unité = $\frac{3}{3}$</p>	 <p>deux tiers d'unité : $\frac{2}{3}$</p> <p>On a pris 2 parts sur 3. Cette quantité est plus petite que l'unité.</p>
 <p>1 unité l'unité est l'aire d'un disque</p>	 <p>1 unité partagée en 3 parts égales.</p> <p>1 unité = $\frac{3}{3}$</p>	 <p>quatre tiers d'unité : $\frac{4}{3}$</p> <p>On a pris 4 parts (soit 3 parts sur 3 + 1 part sur 3). Cette quantité est plus grande que l'unité.</p>

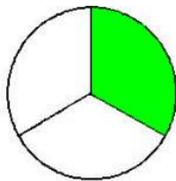
Les fractions simples à connaître



$$\frac{1}{4}$$

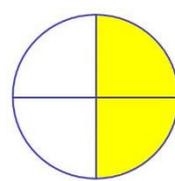
un quart

$$\frac{1}{4} = 0,25$$



$$\frac{1}{3}$$

un tiers



$$\frac{1}{2}$$

un demi

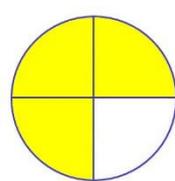
$$\frac{1}{2} = 0,5$$



$$\frac{1}{5}$$

un cinquième

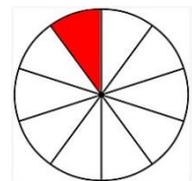
$$\frac{1}{5} = 0,2$$



$$\frac{3}{4}$$

trois quarts

$$\frac{3}{4} = 0,75$$



$$\frac{1}{10}$$

un dixième

$$\frac{1}{10} = 0,1$$

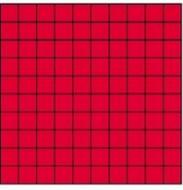
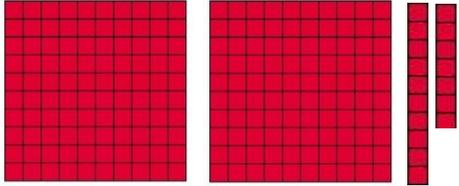
Pour lire les autres fractions, on ajoute le suffixe (**ième**) au nombre de parts.

Exemples : 4/7 se lit quatre-septièmes ; 12/1000 se lit : douze-millièmes.

Exemples de fractions décimales

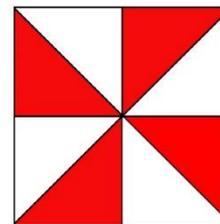
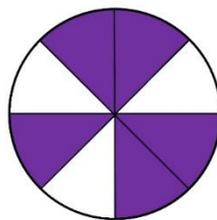
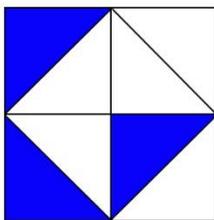
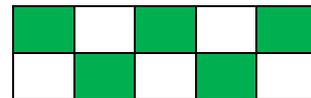
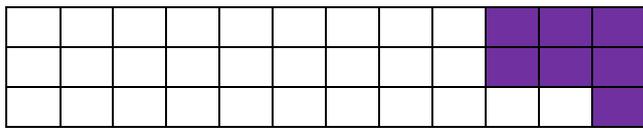
Les fractions décimales sont des fractions dont le dénominateur est 10 ; 100 ; 1000 ; etc (c'est-à-dire le chiffre 1 suivi d'un ou de plusieurs 0).

   	<p>L'unité est la longueur de la bande colorée</p> <p>1 unité partagée en 10 parts égales : $\frac{10}{10}$</p> <p>1 dixième d'unité : $\frac{1}{10}$</p> <p>7 dixièmes d'unité : $\frac{7}{10}$. Cette quantité est plus petite que l'unité.</p>
--	---

 <p>1 unité l'unité est l'aire du carré</p>	 <p>1 unité partagée en 100 parts égales. $1 \text{ unité} = \frac{100}{100}$</p>	 <p>Un centième d'unité : $\frac{1}{100}$</p>	 <p>$\frac{217}{100}$ On a pris 217 parts sur 100. Cette quantité est plus grande que l'unité.</p>
---	--	---	--

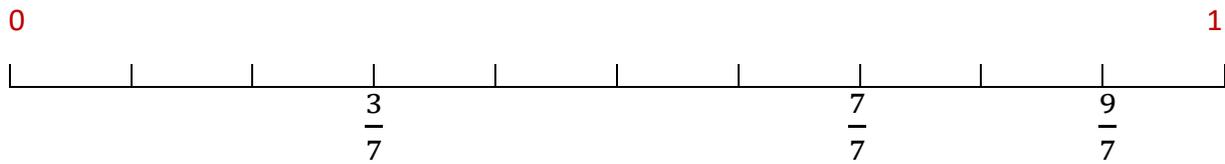
Application 1

Exprimer la partie colorée par une fraction de la figure totale.



[Voir la correction](#)

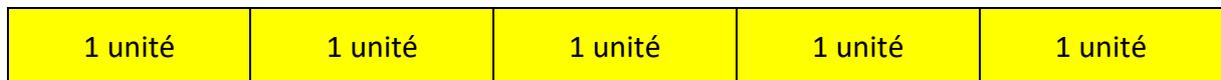
Comparaison à l'unité



- La fraction $\frac{3}{7}$ est plus petite que 1 car son numérateur est plus petit que son dénominateur. $\frac{3}{7} < 1$
- La fraction $\frac{7}{7}$ est égale à 1 car son numérateur égale son dénominateur. $\frac{7}{7} = 1$
- La fraction $\frac{9}{7}$ est plus grande que 1 car son numérateur est plus grand que son dénominateur. $\frac{9}{7} > 1$

Repérage sur une demi-droite graduée

Exemple : représenter $\frac{4}{3}$



La fraction $\frac{4}{3}$ est plus grande que l'unité. Il est possible de la décomposer :

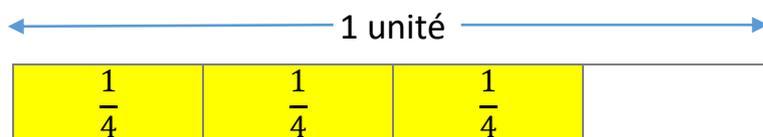
$$\frac{4}{3} = 1 + \frac{1}{3}$$

Décomposer une fraction

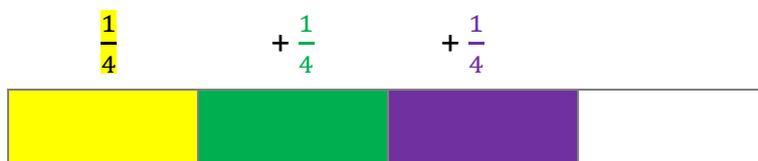
Fraction plus petite que l'unité

Pour décomposer une fraction plus petite que l'unité, on la sépare en plus petites parties.

Exemple : la partie colorée représente $\frac{3}{4}$ de l'unité.



La fraction $\frac{3}{4}$ peut être décomposée en :



$$\text{On écrira : } \frac{3}{4} = \frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4}$$

ou $\frac{3}{4}$ peut se décomposer en $\frac{2}{4}$ + $\frac{1}{4}$



$$\text{On écrira : } \frac{3}{4} = \frac{2}{4} + \frac{1}{4}$$

Application 2

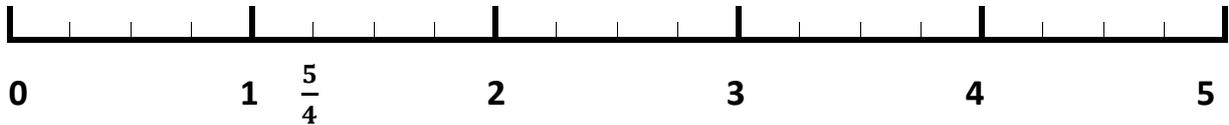
Exemple : décomposer $\frac{5}{7}$



[Voir la correction](#)

Fraction plus grande que l'unité

Décomposer une fraction plus grande que l'unité signifie écrire cette fraction comme la somme d'un nombre entier et d'une ou plusieurs fractions.



$\frac{5}{4}$ peut se décomposer en : $\frac{5}{4} = \frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4}$

ou : $\frac{5}{4} = \frac{2}{4} + \frac{3}{4}$ ou $\frac{4}{4} + \frac{1}{4} = 1 + \frac{1}{4}$ ou $\frac{3}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4}$ ou $\frac{5}{4} = 5 \times \frac{1}{4}$ etc.

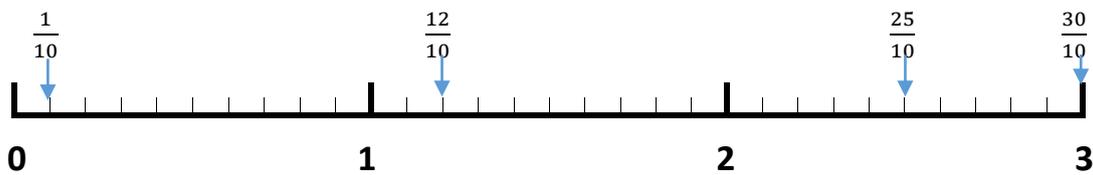
Application 3

Représenter la fraction $\frac{6}{4}$ sur une demi-droite puis la décomposer.

[Voir la correction](#)

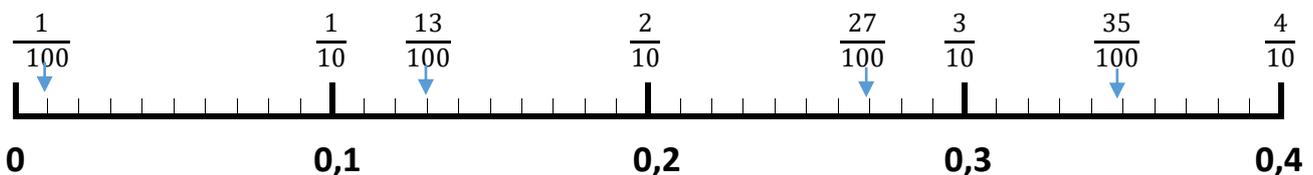
Décomposer une fraction décimale

Chaque unité est partagée en 10 parties égales



Sur la droite graduée, on note que : $\frac{12}{10} = 1 \text{ unité} + \frac{2}{10}$; $\frac{25}{10} = 2 \text{ unités} + \frac{5}{10}$; $\frac{30}{10} = 3 \text{ unités}$

Chaque dixième est partagée en 10 parties égales



$$\frac{1}{10} = \frac{10}{100}$$

$$\frac{2}{10} = \frac{20}{100}$$

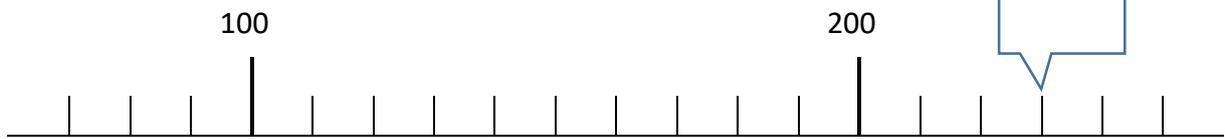
$$\frac{3}{10} = \frac{30}{100}$$

$$\frac{4}{10} = \frac{40}{100}$$

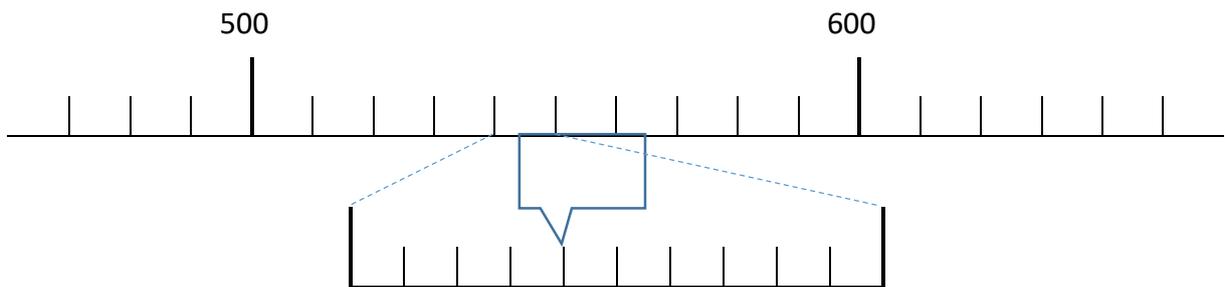
Application 4

Écrire le nombre qui convient dans l'étiquette.

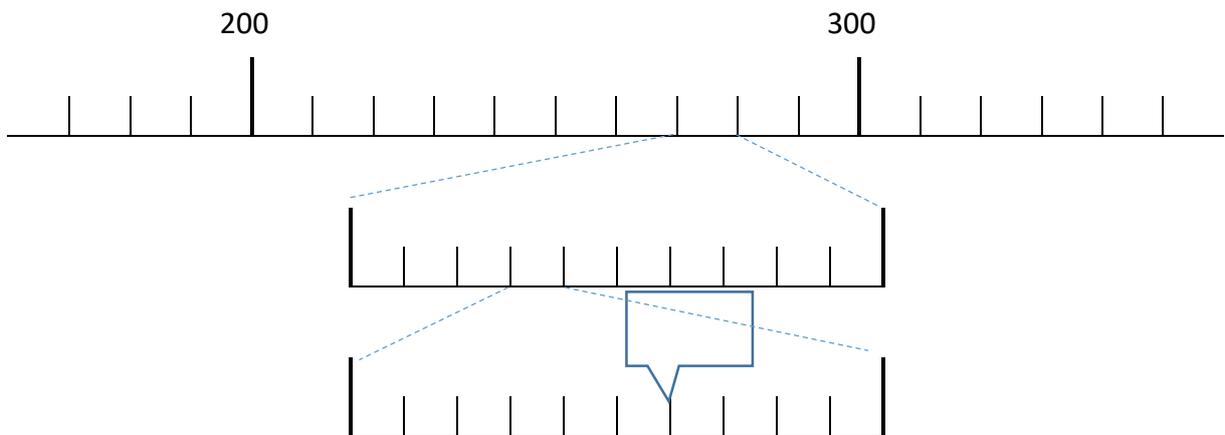
A.



B.



C.



[Voir la correction](#)

Transformation décimal / fraction

Écrire un nombre décimal sous la forme d'une fraction

Un nombre décimal peut s'écrire sous la forme de fractions décimales

Exemple 1 : 0,15

Il y a 2 chiffres après la virgule donc 0,15 = 15 centièmes $\Rightarrow 0,15 = \frac{15}{100}$

Écrire une fraction sous la forme d'un nombre décimal

Pour écrire une fraction décimale sous la forme d'un nombre décimal, on divise le numérateur de la fraction par le dénominateur.

Exemple 1 : $\frac{5}{2} = 5 \div 2 = 2,5$

Exemple 2 : $\frac{5}{10} = 5 \div 10 = 0,5$

Application 5

Trouver les valeurs décimales à l'aide de la calculatrice.

$$\frac{1}{2} = 0,5$$

$$\frac{1}{4} =$$

$$\frac{1}{8} =$$

$$\frac{1}{10} =$$

$$\frac{1}{20} =$$

$$\frac{1}{5} =$$

$$\frac{1}{25} =$$

$$\frac{1}{50} =$$

$$\frac{1}{75} =$$

$$\frac{1}{100} =$$

[Voir la correction](#)

Encadrer une fraction par deux nombres entiers consécutifs

Encadrer une fraction entre deux entiers les plus proches, c'est trouver le nombre entier inférieur à cette fraction et le nombre entier supérieur.

Comparer le numérateur et le dénominateur.

1. le numérateur et le dénominateur sont identiques, alors la fraction est égale à 1.

Exemple : $\frac{5}{5} = 1$

2. le numérateur est plus petit que le dénominateur, la fraction est inférieure à 1. Dans ce cas, l'encadrement se fait entre 0 et 1. Exemple : $\frac{3}{5} < 1 \Rightarrow 0 < \frac{3}{5} < 1$

3. le numérateur est plus grand que le dénominateur, la fraction est supérieure à 1. Dans ce cas, on décompose la fraction. Exemple : $\frac{17}{5} = \frac{15}{5} + \frac{2}{5} = 3 + \frac{2}{5} \Rightarrow 3 < \frac{17}{5} < 4$

Application 6

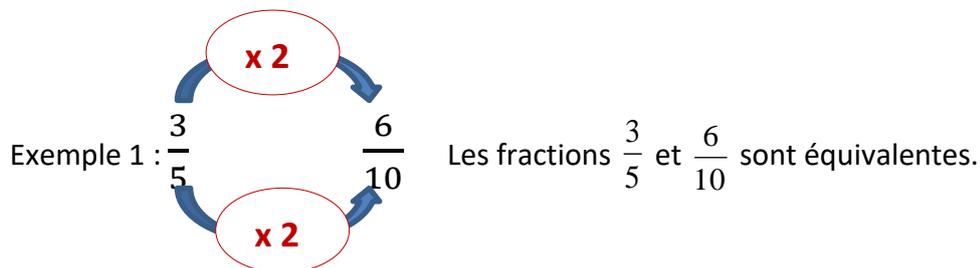
a) Encadrer la fraction $\frac{4}{5}$ par 2 entiers consécutifs (qui se suivent).

b) Encadrer la fraction $\frac{12}{5}$ par 2 entiers consécutifs (qui se suivent).

[Voir la correction](#)

Fraction équivalente à une fraction donnée

Pour obtenir une fraction équivalente à une fraction donnée, on **multiplie** (ou on **divise**) par le **même nombre**.



Exemple 2 : $\frac{12}{8} = \frac{3}{2}$ Les fractions $\frac{12}{8}$ et $\frac{3}{2}$ sont équivalentes.

Exemple 3 : $\frac{11}{5} = \frac{22}{10} = \frac{33}{15} = \frac{55}{25}$

Exemple 4 : $\frac{25}{50} = \frac{5}{10} = \frac{1}{2}$

Une fraction que l'on ne peut pas ou plus simplifier est dite "**irréductible**".

Exemples : $\frac{1}{2}$; $\frac{2}{3}$; $\frac{3}{5}$; $\frac{7}{11}$ etc.

Application 7

Compléter de façon à obtenir des fractions équivalentes.

$$\frac{2}{3} = \frac{\dots}{6} \qquad \frac{4}{5} = \frac{12}{\dots} \qquad \frac{30}{\dots} = \frac{6}{4} \qquad \frac{\dots}{49} = \frac{8}{7}$$

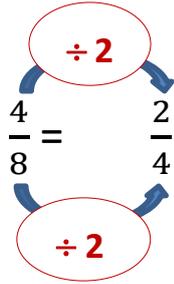
[Voir la correction](#)

Simplifier une fraction

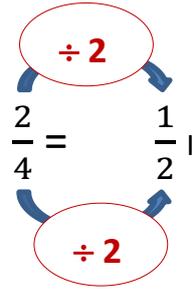
Simplifier une fraction, c'est trouver une **fraction équivalente** en **divisant** le numérateur et le dénominateur par un **même nombre**.

Pour simplifier une fraction, on procède par simplifications successives. On regarde si le numérateur **et** le dénominateur se divisent par 2, 3, 5, 7 ; 11

Exemple 1 : simplifier la fraction $\frac{4}{8}$



Il est encore possible de simplifier cette fraction :



Exemple 2 : simplifier la fraction $\frac{18}{27}$

$$\frac{18}{27} = \frac{18 \div 3}{27 \div 3} = \frac{6}{9} . \text{ On peut encore simplifier : } \frac{6}{9} = \frac{6 \div 3}{9 \div 3} = \frac{2}{3}$$

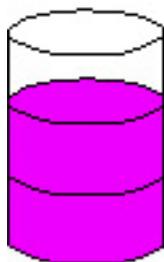
La fraction $\frac{2}{3}$ n'est plus simplifiable. C'est la **fraction irréductible**.

Application 8

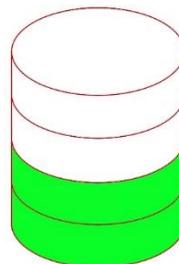
Simplifier la fraction $\frac{8}{12}$

[Voir la correction](#)

Fraction d'une grandeur

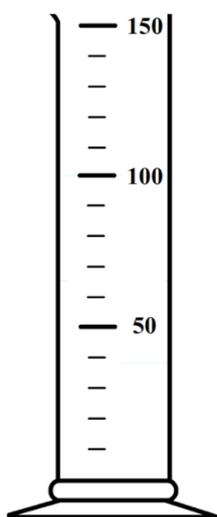


Ce récipient est rempli aux deux-tiers ($\frac{2}{3}$)



Ce récipient est rempli aux deux-quarts mais on dira aussi .à moitié plein ou à demi plein

Application 9



Remplir cette éprouvette en colorant les deux-tiers du volume.

[Voir la correction](#)

Prendre une fraction d'une quantité, c'est multiplier la quantité (une longueur, une capacité, une somme d'argent, un nombre de personnes, un temps, une vitesse, etc.) par la fraction.

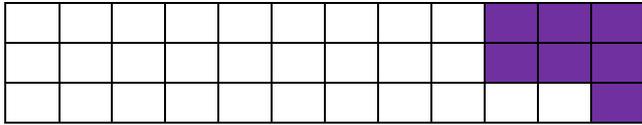
Application 10	Calculs
Exemple 1 : Prendre $\frac{1}{2}$ de 46 €	$46 \times \frac{1}{2} = \frac{46 \times 1}{2} = \frac{46}{2} = 23 \text{ €}$
Exemple 2 : L'âge d'Aurélié est égal aux $\frac{2}{3}$ de 27 ans	$27 \times \frac{2}{3} = \frac{27 \times 2}{3} = \frac{54}{3} = 18 \text{ ans}$
$\frac{1}{5}$ de 1 000 ml	
$\frac{3}{4}$ d'heure	
$\frac{1}{12}$ de 1 600 grammes	
$\frac{2}{1000}$ de 3 766 €	
$\frac{3}{25}$ de 1 000 km	
$\frac{10}{100}$ de 5 000 € ou bien 10 pour cent (10 %)=	
Pendant une exposition, on a enregistré 35 425 entrées dont $\frac{20}{100}$ étaient des touristes étrangers. Combien y avait-il de touristes étrangers ?	

[Voir la correction](#)

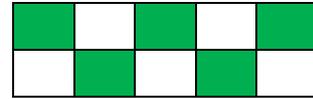
Correction des applications

Correction 1.

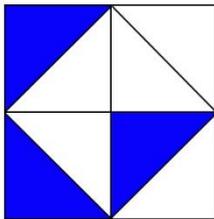
Exprimer la partie colorée par une fraction de la figure totale.



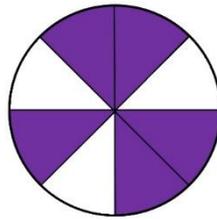
$$\frac{7}{36}$$



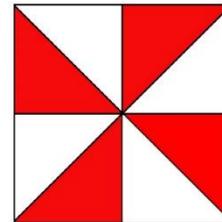
$$\frac{5}{10}$$



$$\frac{3}{8}$$



$$\frac{5}{8}$$



$$\frac{4}{8}$$

[Retour au cours](#)

Correction 2.

Exemple : décomposer $\frac{5}{7}$



Plusieurs décompositions possibles :

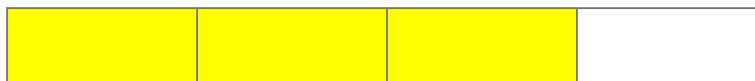
$$\text{a) } \frac{5}{7} = \frac{1}{7} + \frac{1}{7} + \frac{1}{7} + \frac{1}{7} + \frac{1}{7}$$

$$\text{b) } \frac{5}{7} = \frac{2}{7} + \frac{2}{7} + \frac{1}{7}$$

$$\text{c) } \frac{5}{7} = \frac{3}{7} + \frac{2}{7}$$

$$\text{d) } \frac{5}{7} = \frac{3}{7} + \frac{1}{7} + \frac{1}{7}$$

Autres décompositions possibles



$$\frac{3}{4} \text{ peut également se décomposer en } 3 \times \frac{1}{4} \quad \text{ou} \quad \frac{3}{4} = (2 \times \frac{1}{4}) + \frac{1}{4}$$

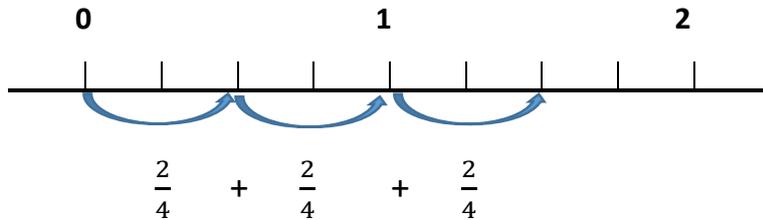
[Retour au cours](#)

Correction 3.

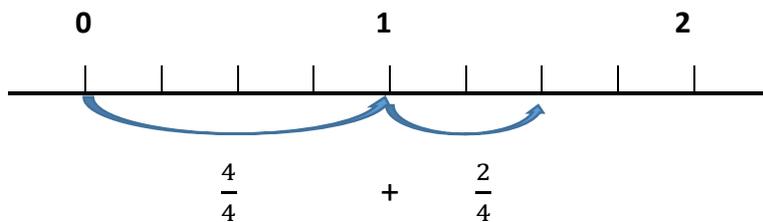
Représenter la fraction $\frac{6}{4}$ sur une demi-droite puis la décomposer.

$$\frac{6}{4} = \frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4}$$

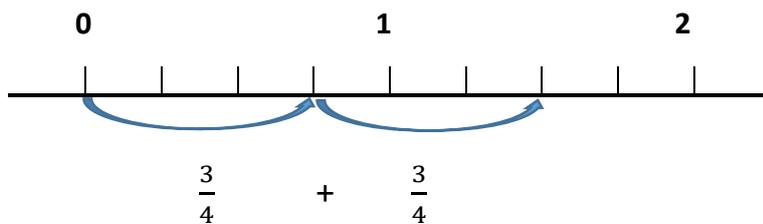
$$\frac{6}{4} = \frac{2}{4} + \frac{2}{4} + \frac{2}{4}$$



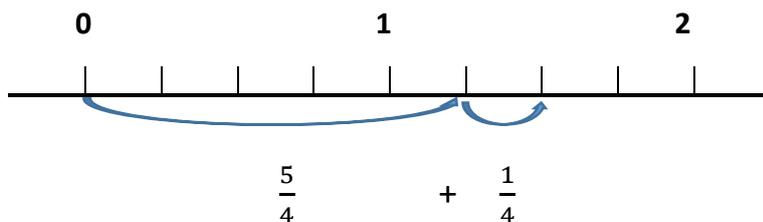
$$\frac{6}{4} = \frac{4}{4} + \frac{2}{4}$$



$$\frac{6}{4} = \frac{3}{4} + \frac{3}{4}$$



$$\frac{6}{4} = \frac{5}{4} + \frac{1}{4}$$

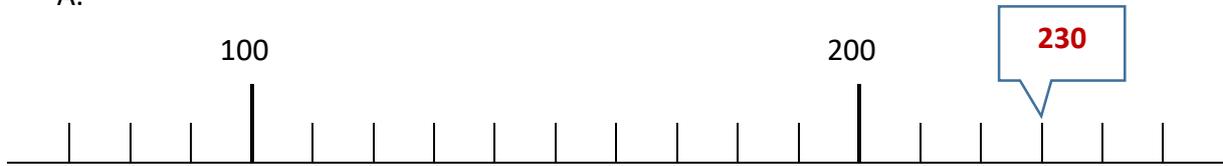


[Retour au cours](#)

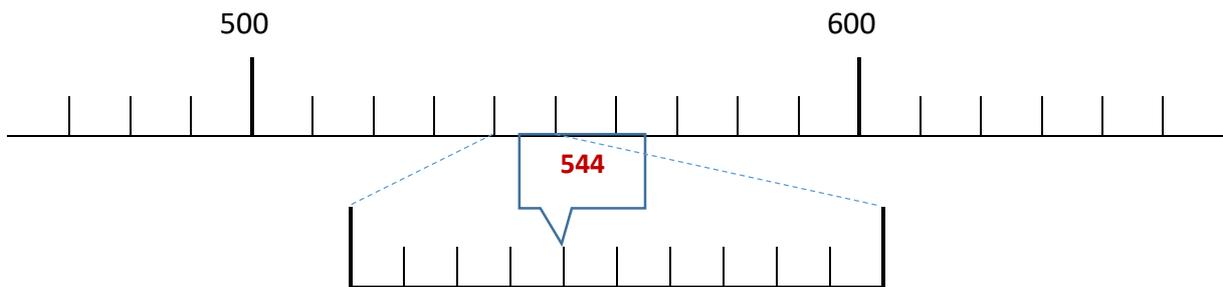
Correction 4.

Écrire le nombre qui convient dans l'étiquette.

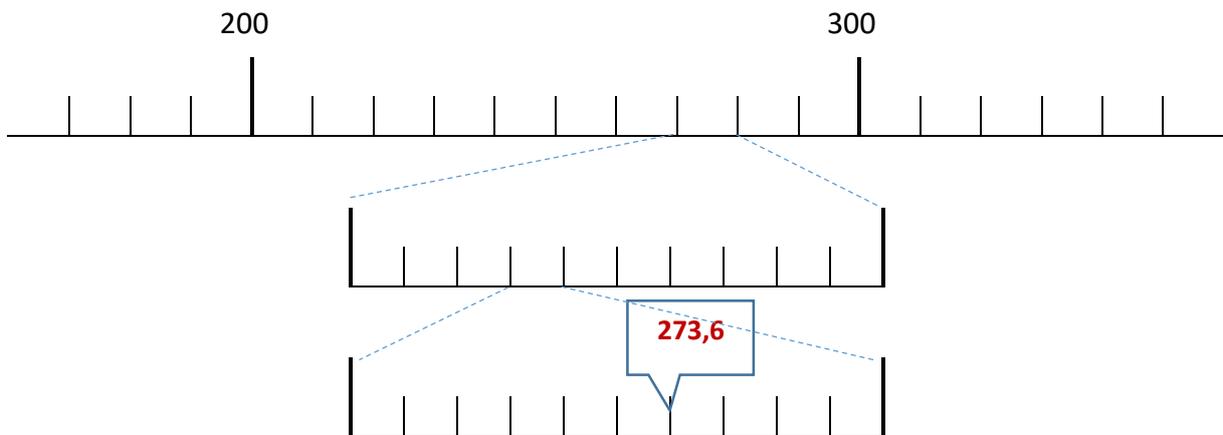
A.



B.



C.



[Retour au cours](#)

Correction 5.

Trouver les valeurs décimales à l'aide de la calculatrice.

$$\frac{1}{2} = 0,5$$

$$\frac{1}{4} = 0,25$$

$$\frac{1}{8} = 0,125$$

$$\frac{1}{10} = 0,1$$

$$\frac{1}{20} = 0,05$$

$$\frac{1}{5} = 0,2$$

$$\frac{1}{25} = 0,04$$

$$\frac{1}{50} = 0,02$$

$$\frac{1}{75} = 0,013333$$

$$\frac{1}{100} = 0,01$$

[Retour au cours](#)

Correction 6.

a) Encadrer la fraction $\frac{4}{5}$ par 2 entiers consécutifs (qui se suivent).

Le numérateur est < au dénominateur donc $0 < \frac{4}{5} < 1$

b) Encadrer la fraction $\frac{12}{5}$ par 2 entiers consécutifs (qui se suivent).

Le numérateur est > au dénominateur

La fraction peut se décomposer en : $\frac{12}{5} = \frac{10}{5} + \frac{2}{5} = 2 + \frac{2}{5}$ donc $2 < \frac{12}{5} < 3$

[Retour au cours](#)

Correction 7.

Compléter de façon à obtenir des fractions équivalentes.

$$\frac{2}{3} = \frac{2 \times 2}{3 \times 2} = \frac{4}{6}$$

$$\frac{4}{5} = \frac{4 \times 3}{5 \times 3} = \frac{12}{15}$$

$$\frac{30 \div 5}{20 \div 5} = \frac{6}{4}$$

$$\frac{56 \div 7}{49 \div 7} = \frac{8}{7}$$

[Retour au cours](#)

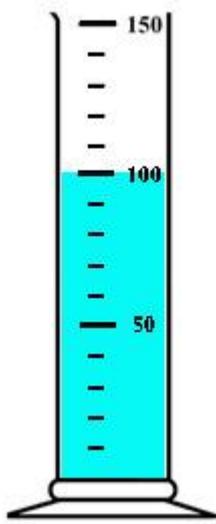
Correction 8.

Simplifier la fraction $\frac{8}{12}$

$$\frac{8}{12} = \frac{8 \div 2}{12 \div 2} = \frac{4}{6} = \frac{4 \div 2}{6 \div 2} = \frac{2}{3} \text{ fraction irréductible}$$

[Retour au cours](#)

Correction 9.



Remplir cette éprouvette en colorant les deux-tiers du volume.

[Retour au cours](#)

Correction 10.

	Calculs
Exemple 1 : Prendre $\frac{1}{2}$ de 46 €	$46 \times \frac{1}{2} = \frac{46 \times 1}{2} = \frac{46}{2} = 23 \text{ €}$
Exemple 2 : L'âge d'Aurélié est égal aux $\frac{2}{3}$ de 27 ans	$27 \times \frac{2}{3} = \frac{27 \times 2}{3} = \frac{54}{3} = 18 \text{ ans}$
$\frac{1}{5}$ de 1 000 ml	$1\,000 \times \frac{1}{5} = \frac{1\,000 \times 1}{5} = \frac{1\,000}{5} = 200 \text{ ml}$
$\frac{1}{12}$ de 1 600 grammes	$1\,600 \times \frac{1}{12} = \frac{1\,600}{12} = 133,333 \text{ g}$
$\frac{3}{25}$ de 1 000 km	$1\,000 \times \frac{3}{25} = \frac{1\,000 \times 3}{25} = \frac{3\,000}{25} = 120 \text{ km}$
$\frac{10}{100}$ de 5 000 € ou bien 10 pour cent (10 %)=	$5\,000 \times \frac{10}{100} = \frac{5\,000 \times 10}{100} = \frac{50\,000}{100} = 500 \text{ €}$
Pendant une exposition, on a enregistré 35 425 entrées dont $\frac{20}{100}$ étaient des touristes étrangers. Combien y avait-il de touristes étrangers ?	$35\,425 \times \frac{20}{100} = \frac{35\,425 \times 20}{100} = \frac{708\,500}{100} = 7\,085$ touristes étrangers

Fin du cours [Faire les exercices palier 3 Fractions](#)