

CFG palier 2 module 6 Organisation et gestion des données

Cours 2 : Proportionnalité

Prérequis

- Calculer en utilisant les 4 opérations
- Lire un tableau simple

Objectifs

À la fin de ce cours, vous serez capable de :

- Identifier une situation de proportionnalité entre deux grandeurs.
- Résoudre des problèmes relevant de la proportionnalité et notamment des problèmes relatifs aux pourcentages, aux échelles, aux vitesses moyennes ou aux conversions d'unité en utilisant des procédures variées (dont la règle de trois et les produits en croix).

L'évaluation est réalisée à l'écrit et à l'oral en particulier pour la compréhension de l'énoncé.

L'énoncé permet à l'élève de comprendre aisément le but du problème.

Les situations proposées ont du sens pour l'élève. Elles peuvent provenir d'autres disciplines.

L'énoncé du problème doit :

- contenir les éléments qui permettent d'inférer la proportionnalité ;
- permettre d'identifier et d'extraire directement les trois valeurs nécessaires au calcul de la quatrième proportionnelle.

Il est attendu de l'élève qu'il parvienne :

- à identifier et à extraire ces trois valeurs ;
- à calculer la quatrième proportionnelle par la méthode de son choix.

L'utilisation d'un tableau de proportionnalité est possible mais le tableau n'est pas donné a priori et doit être construit par l'élève.

CE DOCUMENT CONTIENT :

CFG palier 2 module 6 Organisation et gestion des données	1
Cours 2 : Proportionnalité.....	1
Définition.....	2
Identifier une situation de proportionnalité	2
Calcul du coefficient de proportionnalité	3
Compléter un tableau de proportionnalité.....	4
1 ^{er} cas : on connaît le coefficient de proportionnalité.....	4
2 ^{ème} cas : on ne connaît pas le coefficient de proportionnalité.....	4
La règle de trois.....	5
Les produits en croix	6
Égalité des produits en croix	6
Utilisation des produits en croix.....	7
Correction des applications.....	9

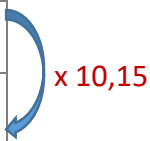
Définition

Deux suites de nombres sont proportionnelles si on passe de l'une à l'autre en multipliant ou en divisant toujours par un **même nombre**. Ce nombre s'appelle le **coefficient de proportionnalité**.

Exemple

Le salaire d'un employé est donné par le tableau ci-dessous.

Nombre d'heures de travail	1	2	5	35
Salaire en euros	10,15	20,30	50,75	355,25



On obtient le salaire en multipliant le nombre d'heures par 10,15 (Smic horaire brut au 01/01/2020)

- salaire pour 1 h : $1 \times 10,15 = 10,15$ €
- salaire pour 2 h : $2 \times 10,15 = 20,30$ €
- salaire pour 5 h : $5 \times 10,15 = 50,75$ €
- salaire pour 35 h : $35 \times 10,15 = 355,25$ €

Pour calculer le nombre d'heures travaillées, on divise le salaire par 10,15

- nombre d'heures correspondant à 10,15 € $\Rightarrow 10,15 : 10,15 = 1$ h
- nombre d'heures correspondant à 20,30 € $\Rightarrow 20,30 : 10,15 = 2$ h
- nombre d'heures correspondant à 50,75€ $\Rightarrow 50,75 : 10,15 = 5$ h etc.

10,15 est le coefficient de proportionnalité

Identifier une situation de proportionnalité

Attention : tous les tableaux de nombres ne sont pas des tableaux de proportionnalité !

Situation de **non** proportionnalité : ce tableau représente le poids d'un jeune enfant en fonction de son âge.

Age (en mois)	0	1	3	6	9	12
Poids (en kg)	4,5	5	7	9	10	11,5

Pour savoir si c'est un tableau de proportionnalité, il faut calculer le coefficient de proportionnalité pour chaque colonne.

- Si le nombre trouvé est toujours le même, alors les grandeurs sont proportionnelles ;
- Dans tous les autres cas, il n'y a pas de proportionnalité (Il suffit de deux quotients différents pour affirmer que ce n'est pas un tableau de proportionnalité).

Pour chaque colonne, divisons le poids par l'âge :

- Colonne 1 : $4,5 \div 0 = \text{impossible}$. On n'a pas le droit de diviser par 0 ! Donc il n'y a pas de proportionnalité.

On aurait pu calculer le coefficient de proportionnalité avec les autres colonnes :

- $5 : 1 = 5$
- $7 : 3 = 2,33$
- $9 : 6 = 3$

Comme les coefficients sont **différents**, il n'y a pas de proportionnalité.

Il suffit qu'un seul coefficient soit différent d'un autre pour qu'il n'y ait pas de proportionnalité.

Calcul du coefficient de proportionnalité

Exemple 1 : Une voiture consomme 8 litres d'essence pour faire 100 kilomètres.

La consommation d'essence est proportionnelle à la distance parcourue.

x coefficient de proportionnalité	Nombre de litres d'essence	8	16		32	÷ coefficient de proportionnalité
	Distance parcourue en kilomètres	100		300		

Pour compléter ce tableau, il faut connaître le coefficient de proportionnalité.

Calcul du coefficient de proportionnalité : $100 : 8 = 12,5$

Vérification : $8 \times 12,5 = 100$ et $100 : 12,5 = 8$

On peut ensuite compléter le tableau de proportionnalité :

x 12,5	Nombre de litres d'essence	8	16	24	32	÷ 12,5
	Distance parcourue en kilomètres	100	200	300	400	

$300 \div 12,5 = 24$
 $16 \times 12,5 = 200$
 $32 \times 12,5 = 400$

Compléter un tableau de proportionnalité

Pour compléter un tableau de proportionnalité, deux cas possibles :

1. on connaît le coefficient de proportionnalité ;
2. on ne connaît pas le coefficient de proportionnalité ;

1^{er} cas : on connaît le coefficient de proportionnalité.

Exemple : Compléter le tableau de proportionnalité sachant que le prix du litre est **1,55 €**.

Nombre de litres d'essence	0	1	5	6	10	15
Prix à payer (en €)		1,55				

x 1,55

On effectue les calculs indiqués par le coefficient de proportionnalité.

Nombre de litres d'essence	0	1	5	6	10	15
Prix à payer (en €)	0	1,55	7,75	9,30	15,5	23,25

x 1,55

2^{ème} cas : on ne connaît pas le coefficient de proportionnalité.

Exemple 2 : Compléter le tableau de proportionnalité

Nombre kilogrammes de tomates	1	2,5	5	10	50
Prix en euros		3,75			

On calcule le coefficient de proportionnalité : $3,75 \div 2,5 = 1,5$

Ensuite, on effectue les calculs en multipliant la 1^{ère} ligne par le coefficient de proportionnalité.

Nombre kilogrammes de tomates	1	2,5	5	10	50
Prix en euros	1,5	3,75	7,5	15	75

x 1,5

Application 1

Compléter le tableau de proportionnalité ci-dessous :

x 7	2	5	15
	49	210

.....

[Voir la correction](#)

Les produits en croix

L'égalité des produits en croix est une autre technique qui permet de traiter une situation de proportionnalité rapidement sans calculer le coefficient de proportionnalité

Exemple :

Nombre de baguettes de pain	7	3
Prix en euros	6,09	?

Calculons le coefficient de proportionnalité : $6,09 \div 7 = 0,87$

Prix de 3 baguettes : $0,87 \times 3 = 2,61$

Nous allons apprendre que ces deux opérations peuvent être réalisées en une seule fois grâce aux produits en croix.

Égalité des produits en croix

Les produits en croix sont l'application directe de la proportionnalité.

Les **produits en croix** : s'utilisent chaque fois qu'il y a **proportionnalité**. Ils permettent de calculer le prix au mètre, au kilogramme, etc....

Exemple

Une voiture consomme 6 litres d'essence pour parcourir 100 kilomètres. C'est une situation de proportionnalité. Nous pouvons vérifier **l'égalité des produits en croix** :

Nombre de litres d'essence	6	12	18
Nombre de kilomètres parcourus	100	200	300

Vérifions l'**égalité** des produits en croix : $6 \times 200 = 1200$
 $12 \times 100 = 1200$ } Ces deux produits sont bien égaux
 $6 \times 200 = 12 \times 100$

Nombre de litres d'essence	6	12	18
Nombre de kilomètres parcourus	100	200	300

Vérifions l'**égalité** des produits en croix : $12 \times 300 = 3600$
 $18 \times 200 = 3600$ } Ces deux produits sont bien égaux
 $12 \times 300 = 18 \times 200$

Nombre de litres d'essence	6	12	18
Nombre de kilomètres parcourus	100	200	300

Vérifions l'égalité des produits en croix : $6 \times 300 = 1800$
 $18 \times 100 = 1800$ } Ces deux produits sont bien égaux
 $6 \times 300 = 18 \times 100$

Calculons maintenant le nombre de kilomètres parcourus avec, par exemple, 30 litres d'essence.

Nombre de litres d'essence	6	12	18	30
Nombre de kilomètres parcourus	100	200	300	?

Si tous les produits en croix sont égaux, il est possible d'écrire :

$$18 \times ? = 30 \times 300 \text{ ou encore } 18 \times x = 30 \times 300$$

$$18 \times x = 9\,000$$

$$x = 9\,000 \div 18 \quad x = 500$$

Remarque

Pour cet exemple, il n'était pas possible d'utiliser le coefficient de proportionnalité car

$$100 \div 6 = 16,666\dots$$

$$200 \div 12 = 16,666\dots$$

Utilisation des produits en croix

Exemple

1,5 litres de jus de fruits est vendu 1,56 €. Dans ce cas, le prix est proportionnel à la quantité. Traçons un tableau de proportionnalité.

	Ce que je connais	Ce que je cherche
Nombre de litres	1,5	1
Prix (en €)	1,56	?

Dans le cas du produit en croix, on n'est pas obligé de calculer le coefficient de proportionnalité. On peut effectuer directement le calcul suivant :

	Ce que je connais	Ce que je cherche
Nombre de litres	1,5	1
Prix (en €)	1,56	x

x représente **ce que je cherche** soit le prix de 1 litre de jus de fruits

On pose l'égalité des produits en croix en commençant par x

Calcul : $x \times 1,5 = 1 \times 1,56$ $\Rightarrow x \times 1,5 = 1,56$ $\Rightarrow x = 1,56 \div 1,5$ $\Rightarrow x = 1,04$

Application 3

Compléter le tableau de proportionnalité ci-dessous :

Nombre de litres d'essence	25	32
Nombre de kilomètres parcourus	400	120

[Voir la correction](#)

Correction des applications

Correction 1.

Compléter le tableau de proportionnalité ci-dessous :

$\times 7$	2	5	7	15	30	$\div 7$
	14	35	49	105	210	

[Retour au cours](#)

Correction 2.

Posté par Clo sur un forum de bricolage.

Je dois acheter 11 m² de faïences pour salle de bain (20x25 ou 20x30).

Quelqu'un peut-il me dire quel poids fait environ un carton de 1,5 m², car je vais faire le transport avec ma voiture et je ne voudrais pas trop faire souffrir mes amortisseurs, avec 4,5 m² de carrelages ?

Réponse :

Cela dépend de l'épaisseur du carreau par exemple : une faïence de 6 mm d'épaisseur à une masse de 24 kg pour 1,5 m², le mieux c'est de demander au vendeur qui te donnera le chiffre juste.

Aidez Clo à faire son calcul en calculant le poids de 4,5 m² de carrelage d'épaisseur 6 mm.

1. Ce qu'il connaît : 1,5 m² \Rightarrow 24 kg
2. Calcul pour 1 m² \Rightarrow 24 : 1,5 = 16 kg
3. Calcul pour 4,5 m² \Rightarrow 16 x 4,5 = 72 kg

Le poids de 4,5 m² de carrelage d'épaisseur 6 mm sera de 72 kg.

[Retour au cours](#)

Correction 3.

Compléter le tableau de proportionnalité ci-dessous :

Nombre de litres d'essence	25	32
Nombre de kilomètres parcourus	400	120

Voir la correction

1^{ère} méthode : en calculant le coefficient de proportionnalité : $400 \div 25 = 0,0625$

Nombre de litres d'essence	25	7,5	32
Nombre de kilomètres parcourus	400	120	512

(Note: The table is annotated with a blue box containing 'x 16' on the left and '÷ 16' on the right, with arrows pointing to the second and third columns respectively.)

Explications des calculs : $120 \div 16 = 7,5$

$$32 \times 16 = 512$$

2^{ème} méthode : en utilisant l'égalité des produits en croix :

Nombre de litres d'essence	25	x	32
Nombre de kilomètres parcourus	400	120

(Note: The table is annotated with green lines forming an 'X' between the columns: 25 to 120, 400 to x, and x to 32.)

Explications des calculs : $x \times 400 = 25 \times 120$

$$x \times 400 = 3\,000$$

$$x = 3\,000 \div 400 \quad \Rightarrow \quad x = 7,5$$

Nombre de litres d'essence	25	7,5	32
Nombre de kilomètres parcourus	400	120	x

(Note: The table is annotated with green lines forming an 'X' between the columns: 25 to x, 400 to 7,5, and 7,5 to 32.)

Explications des calculs : On utilise seulement les valeurs données dans l'énoncé car en cas d'erreur, les calculs suivants seront faux.

$$x \times 25 = 32 \times 400$$

$$x \times 25 = 12\,800$$

$$x = 12\,800 \div 25 \quad \Rightarrow \quad x = 512$$

Fin du cours, faire les exercices palier 2 proportionnalité.