

CFG Palier 3 Module 3 Organisation et gestion de données

Cours 2 : Proportionnalité

Pré requis

- Utiliser la proportionnalité (palier 2)
- Lire un tableau
- Utiliser les quatre opérations

Objectifs

A la fin de ce cours, vous serez capable de :

- Identifier une situation de proportionnalité entre deux grandeurs à partir du sens de la situation.
- Résoudre un problème de proportionnalité impliquant des grandeurs.
- Reconnaître et résoudre des problèmes relevant de la proportionnalité en utilisant une procédure adaptée : propriétés de linéarité (additive et multiplicative), passage à l'unité, coefficient de proportionnalité.

CE DOCUMENT CONTIENT :

CFG Palier 3 Module 3 Organisation et gestion de données	1
Cours 3 : Proportionnalité	1
Proportionnalité	2
Définition de la proportionnalité de deux grandeurs	2
Proportionnalité ou non proportionnalité	2
Compléter un tableau de proportionnalité	3
Les produits en croix	4
Égalité des produits en croix	4
Comment poser un produit en croix ?	6
Correction des applications	8

Proportionnalité

Dans de nombreuses situations de la vie courante, la proportionnalité permet d'exprimer un pourcentage, de calculer une vitesse, un débit, d'indiquer la quantité d'ingrédients d'une recette de cuisine, ou le prix d'articles en fonction de leur masse, ...

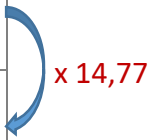
Définition de la proportionnalité de deux grandeurs

Deux listes de nombres sont proportionnelles si on passe d'une liste à l'autre en multipliant ou en divisant toujours par un **même nombre**. Ce nombre s'appelle le **coefficient de proportionnalité**.

Exemple

En 2016, le salaire net d'une personne travaillant dans le secteur privé (*source Insee*) est donné par le tableau ci-dessous :

Nombre d'heures de travail	1	2	5	35
Salaire en euros	14,77	29,54	73,85	516,95



On obtient le salaire en multipliant le nombre d'heures par 14,77

- salaire pour 1 h : $1 \times 14,77 = 14,77 \text{ €}$
- salaire pour 2 h : $2 \times 14,77 = 29,54 \text{ €}$
- salaire pour 5 h : $5 \times 14,77 = 73,85 \text{ €}$
- salaire pour 35 h : $35 \times 14,77 = 516,95 \text{ €}$

Pour calculer le nombre d'heures travaillées, on divise le salaire par 14,77

- nombre d'heures correspondant à 14,77 € $\Rightarrow 14,77 : 14,77 = 1 \text{ h}$
- nombre d'heures correspondant à 29,54 € $\Rightarrow 29,54 : 14,77 = 2 \text{ h}$
- nombre d'heures correspondant à 73,85 € $\Rightarrow 73,85 : 14,77 = 5 \text{ h}$
- nombre d'heures correspondant à 516,95 € $\Rightarrow 516,95 : 14,77 = 35 \text{ h}$

14,77 est le coefficient de proportionnalité

Proportionnalité ou non proportionnalité

Attention : tous les tableaux de nombres ne sont pas des tableaux de proportionnalité !

Exemple de situation de non proportionnalité : ce tableau représente un producteur affiche le prix des tomates en fonction des quantités achetées.

Quantité (en kg)	1	2	5	10	100
Prix du kg (en €)	2,30	2	1,80	1,50	1

Pour savoir si c'est un tableau de proportionnalité, il faut calculer le coefficient de proportionnalité pour chaque colonne.

- ✓ Si le nombre trouvé est toujours le même, alors les grandeurs sont proportionnelles ;
- ✓ Dans tous les autres cas, il n'y a pas proportionnalité (Il suffit de deux quotients différents pour affirmer que ce n'est pas un tableau de proportionnalité).

Application 1

Pour chaque colonne du tableau précédent, diviser le prix par la quantité :

- ✓ Colonne 1 $\Rightarrow 2,3 \div 1 = \dots\dots\dots$
- ✓ Colonne 2 $\Rightarrow \dots\dots\dots$
- ✓ Colonne 3 $\Rightarrow \dots\dots\dots$
- ✓ Colonne 4 $\Rightarrow \dots\dots\dots$
- ✓ Colonne 5 $\Rightarrow \dots\dots\dots$

Conclusion : ☐ Le prix du kg est proportionnel à la quantité

☐ Le prix du kg n'est pas proportionnel à la quantité

[Voir la correction](#)

Compléter un tableau de proportionnalité

Pour compléter un tableau de proportionnalité :

1. Calculer le coefficient de proportionnalités en divisant une valeur de la 2^{ème} ligne par la valeur correspondant de la 1^{ère} ligne.
2. Compléter le tableau en multipliant ou en divisant par le coefficient de proportionnalité.

Exemple 1 : La consommation d'essence d'une voiture de course est proportionnelle à la distance parcourue. (Tous les nombres seront arrondis au dixième près par défaut)

x coefficient de proportionnalité	Nombre de litres d'essence	45,0	90,9	450,0	1 858,0
	Distance parcourue en kilomètres	99,0	200	990,0	4 087,8*

$\div$ coefficient de proportionnalité

*Distance maximum parcourue par le gagnant de la course automobile des 24 heures du Mans en 2019

Pour compléter ce tableau, il faut connaître le coefficient de proportionnalité.

Calcul du coefficient de proportionnalité : $99,0 : 45,0 = 2,2$

On peut ensuite compléter le tableau de proportionnalité :

			$200 \div 2,2 = 90,9$		$4087,8 \div 2,2 = 1\ 858$
x 2,2	Nombre de litres d'essence	45,0	90,9	450,0	1 858,0
	Distance parcourue en kilomètres	99,0	200	990,0	4 087,8
				$450 \times 2,2 = 990$	÷ 2,2

Application 2

Reprendre l'exemple précédent et compléter le tableau :

Nombre de chaises	1	2	4	12	18
Prix en euros			168	504	

[Voir la correction](#)

Les produits en croix

L'égalité des produits en croix est une technique qui permet de traiter une situation de proportionnalité rapidement sans calculer le coefficient de proportionnalité.

Égalité des produits en croix

Les produits en croix sont l'application directe de la proportionnalité.

Les **produits en croix** : s'utilisent chaque fois qu'il y a **proportionnalité**. Ils permettent de calculer le prix au mètre, au kilogramme, etc....

Exemple :

Nombre d'entrées à la piscine	2	5	10
Prix en €	6,20	15,50	31,00

Vérifions l'égalité des produits en croix : $2 \times 15,50 = 31$
 $5 \times 6,20 = 31$ } Ces deux produits sont bien égaux
 $2 \times 15,50 = 5 \times 6,20$

Nombre d'entrées à la piscine	2	5	10
Prix en €	6,20	15,50	31,00

Vérifions l'égalité des produits en croix : $5 \times 31 = 155$
 $10 \times 15,50 = 155$ } Ces deux produits sont bien égaux
 $5 \times 31 = 10 \times 15,50$

Nombre d'entrées à la piscine	2	5	10
Prix en €	6,20	15,50	31,00

Vérifions l'égalité des produits en croix : $2 \times 31 = 62$
 $10 \times 6,20 = 62$ } Ces deux produits sont bien égaux
 $2 \times 31 = 10 \times 6,20$

Calculons maintenant le prix de 25 entrées qui s'appellera x (le nombre que l'on cherche)

Nombre d'entrées à la piscine	2	5	10	25
Prix en €	6,20	15,50	31,00	x

Si tous les produits en croix sont égaux, il est possible d'écrire :

$$x \times 2 = 25 \times 6,20 \quad \Rightarrow \quad x \times 2 = 155 \quad \Rightarrow \quad x = 155 \div 2 \quad \Rightarrow \quad x = 77,5$$

On aurait trouvé le même résultat en posant un autre produit en croix.

Autre calcul possible :

Nombre d'entrées à la piscine	2	5	10	25
Prix en €	6,20	15,50	31,00	x

Si tous les produits en croix sont égaux, il est possible d'écrire :

$$x \times 5 = 25 \times 15,50 \quad \Rightarrow \quad x \times 5 = 387,5 \quad \Rightarrow \quad x = 387,5 \div 5 \quad \Rightarrow \quad x = 77,5$$

Comment poser un produit en croix ?

Exemple : Calculer le prix de 12 chaises sachant que 4 chaises coutent 168 €.

1. Tracer le tableau en notant bien : **ce que l'on connaît** et **ce que l'on cherche** au-dessus du tableau.
2. Noter les unités à gauche des lignes du tableau.

	Ce que je connais	Ce que je cherche
Nombre de chaises		
Prix (en €)		

3. Compléter le tableau avec les données de l'énoncé :

	Ce que je connais	Ce que je cherche
Nombre de chaises	4	12
Prix (en €)	168	

4. Noter x pour remplacer la valeur à calculer :

	Ce que je connais	Ce que je cherche
Nombre de chaises	4	12
Prix (en €)	168	x

x représente l'inconnu c'est à dire le prix de 12 chaises

5. Écrire l'égalité des produits en croix en commençant toujours par x . Les calculs seront plus faciles.

$$x \times 4 = 12 \times 168 \quad \Rightarrow \text{On effectue la multiplication : } x \times 4 = 2\,016$$

$$\text{On divise par le coefficient de } x : \quad \Rightarrow x = 2\,016 \div 4 \quad \Rightarrow x = 504$$

Prix de 12 chaises : **504 €**

Remarque : il est possible d'écrire le calcul de façon plus rapide :

$$x \times 4 = 12 \times 168 \quad \Rightarrow x = 12 \times 168 \div 4 \quad \Rightarrow x = 504$$

$$\text{ou bien} \quad \Rightarrow x = \frac{12 \times 168}{4} \quad \Rightarrow x = 504$$

Application 3

1,5 litres de jus de fruits est vendu 2,56 €. Calculer le prix de cinq litres en posant un produit en croix.

[Voir la correction](#)

Application 4

Compléter le tableau de proportionnalité ci-dessous :

Nombre de litres d'essence	25		32
Nombre de kilomètres parcourus	400	120	

[Voir la correction](#)

Correction des applications

Correction 1.

Quantité (en kg)	1	2	5	10	100
Prix du kg (en €)	2,30	2	1,80	1,50	1

Pour chaque colonne du tableau précédent, diviser le prix par la quantité :

- ✓ Colonne 1 $\Rightarrow 2,3 \div 1 = 2,30$
- ✓ Colonne 2 $\Rightarrow 2 \div 2 = 1$
- ✓ Colonne 3 $\Rightarrow 1,80 \div 5 = 0,36$
- ✓ Colonne 4 $\Rightarrow 10 \div 1,50 = 6,66\dots$
- ✓ Colonne 5 $\Rightarrow 100 \div 1 = 100$

Conclusion : ☐ Le prix du kg est proportionnel à la quantité

☒ Le prix du kg n'est pas proportionnel à la quantité

[Retour au cours](#)

Correction 2.

Reprendre l'exemple précédent et compléter le tableau :

Nombre de chaises	1	2	4	12	18
Prix en euros	42	84	168	504	756

X 42

[Retour au cours](#)

Correction 3.

1,5 litres de jus de fruits est vendu 2,56 €. Calculer le prix de cinq litres en posant un produit en croix.

	Ce que je connais	Ce que je cherche
Nombre de litres	1,5	5
Prix (en €)	2,56	x

$$x \times 1,5 = 5 \times 2,56 \quad \Rightarrow \quad x \times 1,5 = 12,8 \quad \Rightarrow \quad x = 12,8 \div 1,5 = \quad x = 8,533\dots$$

ou bien : $x = \frac{5 \times 2,56}{1,5} = 8,533..$

Prix du litre de 5L de jus de fruits : $\approx 8,53 \text{ €}$

Remarque

Pour cet exemple, il n'était pas possible d'utiliser le coefficient de proportionnalité car $2,56 \div 1,5 = 1,7066...$ La division ne se termine pas.

[Retour au cours](#)

Correction 4.

Compléter le tableau de proportionnalité ci-dessous :

X16	Nombre de litres d'essence	25		32	÷16
	Nombre de kilomètres parcourus	400	120		

Coefficient de proportionnalité : $400 \div 25 = 16$

Fin du cours