

CFG Palier 3 Module 5 Grandeurs et mesures

Cours 2 : Aires

Pré requis

- Utiliser les 4 opérations
- Identifier les figures géométriques de base

Objectifs

À la fin de ce cours, vous serez capable de :

- Comparer des surfaces selon leurs aires sans avoir recours à la mesure, par superposition ou par découpage et recollement.
- Différencier périmètre et aire d'une figure.
- Estimer la mesure d'une aire et l'exprimer dans une unité adaptée.
- Déterminer la mesure de l'aire d'une surface à partir d'un pavage simple ou en utilisant une formule :
 - unités usuelles d'aire et leurs relations : multiples et sous-multiples du m^2 ;
 - formules de l'aire d'un carré, d'un rectangle, d'un triangle, d'un disque.

CE DOCUMENT CONTIENT :

CFG Palier 3 Module 5 Grandeurs et mesures	1
Cours 2 : Aires	1
Les unités de mesure des surfaces.....	2
Définition.....	2
Convertir les unités de surfaces	2
Convertir les unités de mesures agraires.....	3
Calcul des aires.....	4
Définition.....	4
Aire du rectangle.....	4
Aire du triangle.....	5
Aire du parallélogramme.....	5
Aire du disque.....	6
Aire d'une surface complexe.....	7
Relation périmètre – Aire.....	8
Correction des applications.....	10

Les unités de mesure des surfaces

Définition

L'« aire » est la **mesure** (au sens mathématique) d'une **surface** (mathématiques).

Imaginons que chaque petit carré bleu mesure 1 cm de côté.

L'aire d'un petit carré bleu vaut : $1 \text{ cm} \times 1 \text{ cm} = 1 \text{ cm}^2$

1 cm²									

On sait que $10 \text{ cm} = 1 \text{ dm}$

$1 \text{ dm} \times 1 \text{ dm} = 1 \text{ dm}^2$

Donc : $1 \text{ dm}^2 = 10 \text{ cm} \times 10 \text{ cm} = 100 \text{ cm}^2$

C'est pourquoi on utilise le tableau de conversion ci-dessous :

Convertir les unités de surfaces

kilomètre carré	hectomètre carré	décamètre carré	mètre carré	décimètre carré	centimètre carré	millimètre carré
km²	hm²	dam²	m²	dm²	cm²	mm²

⚠ Attention, $1 \text{ dm}^2 = 100 \text{ cm}^2$ Il faut donc utiliser le tableau avec 2 chiffres par colonnes

Application 1

Convertir :

$$76\,000 \text{ dm}^2 = \dots\dots\dots\text{m}^2$$

$$5\,000 \text{ m}^2 = \dots\dots\dots \text{hm}^2$$

[Voir la correction](#)

Convertir les unités de mesures agraires

Les mesures agraires sont d'anciennes mesures de surfaces. L'**are** et le **centiare** ne sont plus utilisés mais on peut les rencontrer dans des documents anciens (cadastre par exemple). L'**hectare** est toujours utilisé notamment dans l'immobilier.

ha = hectare ; **a** = are ; **ca** = centiare.

km ²		hm ²		dam ²		m ²		dm ²		cm ²		mm ²	
		ha		a		ca							

Remarque : Ces unités ne font pas partie du système de mesures international.

$$\text{L'hectare (ha)} = 100 \text{ ares} = 10\,000 \text{ m}^2 = 100 \text{ m} \times 100 \text{ m} = 1 \text{ hm}^2$$

$$\text{L'are (a)} = 1 \text{ dam}^2 = 10 \text{ m} \times 10 \text{ m} = 100 \text{ m}^2$$

$$\text{Le centiare (ca)} = 1 \text{ m}^2$$

$$\mathbf{1 \text{ hm}^2 = 1 \text{ ha}}$$

Application 2

Convertir :

$$3\,500 \text{ m}^2 = \dots\dots\dots \text{ha}$$

$$700 \text{ ca} = \dots\dots\dots \text{a}$$

[Voir la correction](#)

Calcul des aires

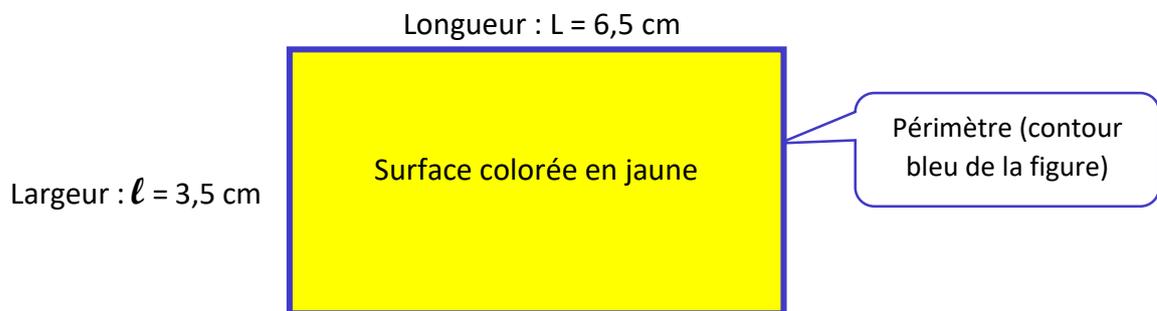
Définition

L'**aire** d'une figure est la **mesure de la surface** de cette figure : c'est-à-dire la mesure de l'étendue limitée par le périmètre.

L'aire s'exprime en km^2 , hm^2 , dam^2 , **m^2** , dm^2 , cm^2 , mm^2 ...

Aire du rectangle

Exemple :

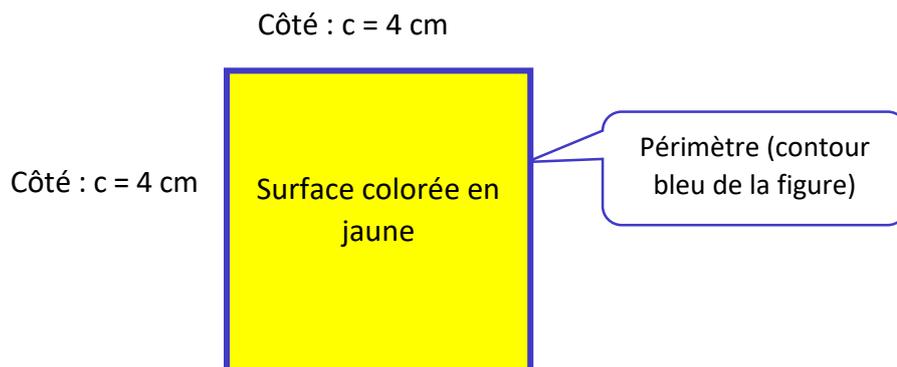


Calcul de l'aire du rectangle : **Aire = Longueur x largeur** = $6,5 \times 3,5 = 22,75 \text{ cm}^2$

Aire du carré

Le carré est un rectangle particulier : sa longueur = sa largeur est se nomme le côté.

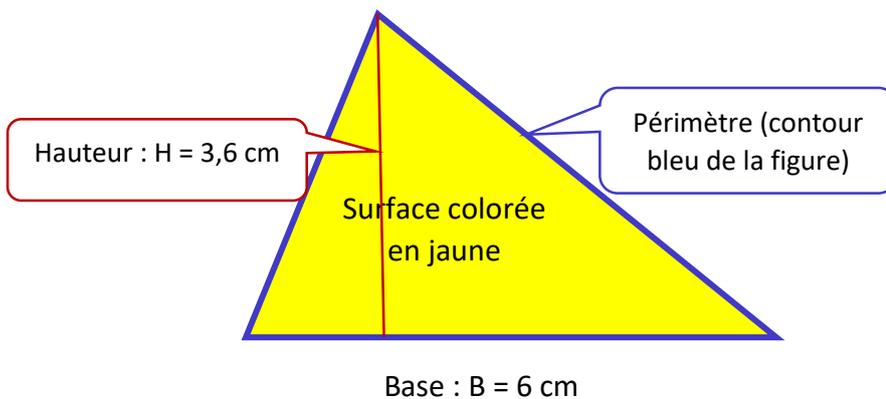
Exemple :



Calcul de l'aire du carré : **Aire = côté x côté** = $4 \times 4 = 16 \text{ cm}^2$

Aire du triangle

Exemple :



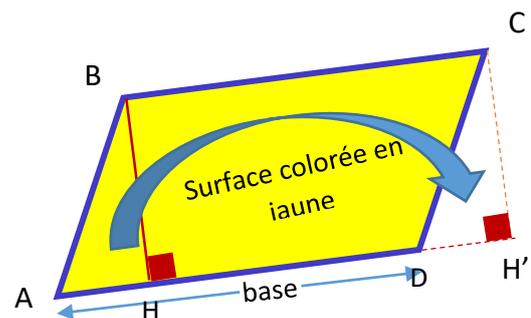
Calcul de l'aire du triangle : **Aire = (base x hauteur) \div 2 = $(6 \times 3,6) \div 2 = 21,6 \div 2 = 10,8$ cm²**

Aire du parallélogramme

En observant la figure, on comprend que l'aire du parallélogramme peut se calculer comme l'aire du rectangle.

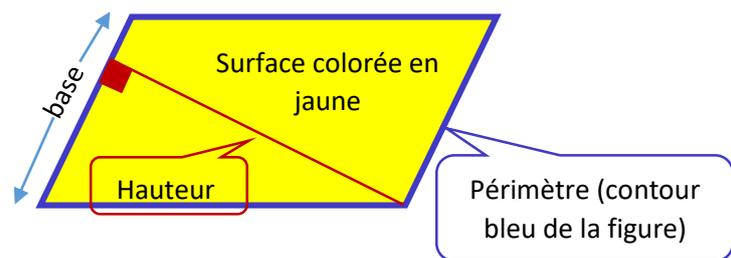
$$ABH = CDH'$$

Aire = Base x hauteur (relative à ce côté)



Ou bien

$$A = B \times h$$



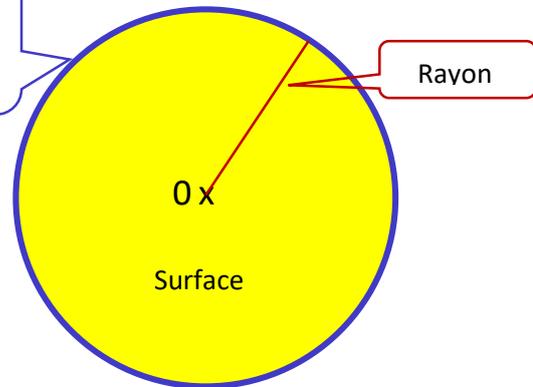
Aire du disque

L'aire du disque est la mesure de sa surface (coloriée ici en jaune).

$$\text{Aire} = \pi \times R \times R = \pi \times R^2$$

$$\text{Ou bien Aire} = \pi R^2$$

Périmètre (contour
bleu de la figure =
longueur du cercle)



⚡ Attention : diamètre $D = 2 \times R$

$$\text{On pourra également trouver Aire} = \frac{\pi D^2}{4}$$

Dans la plupart des examens, la valeur du nombre π est donnée : $\pi =$ environ **3,14**

Rayon d'un disque

Tous les rayons du disque ont la même longueur, cette longueur est appelée **le rayon du disque**.

Diamètre d'un disque

Tous les diamètres du disque ont la même longueur, cette longueur est appelée **le diamètre du disque**, elle est égale au double du rayon.

Le diamètre du disque est égal à **2 x Rayon**

Application 3

Calculer :

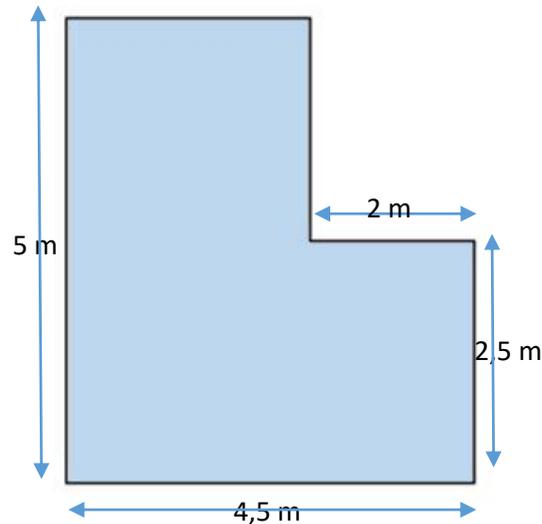
1. Le périmètre d'un disque de diamètre 3 m.
2. L'aire de ce disque. On donne $\pi = 3,14$

[Voir la correction](#)

Aire d'une surface complexe

Pour calculer l'aire d'une surface complexe, il faut décomposer la figure en surfaces simples.

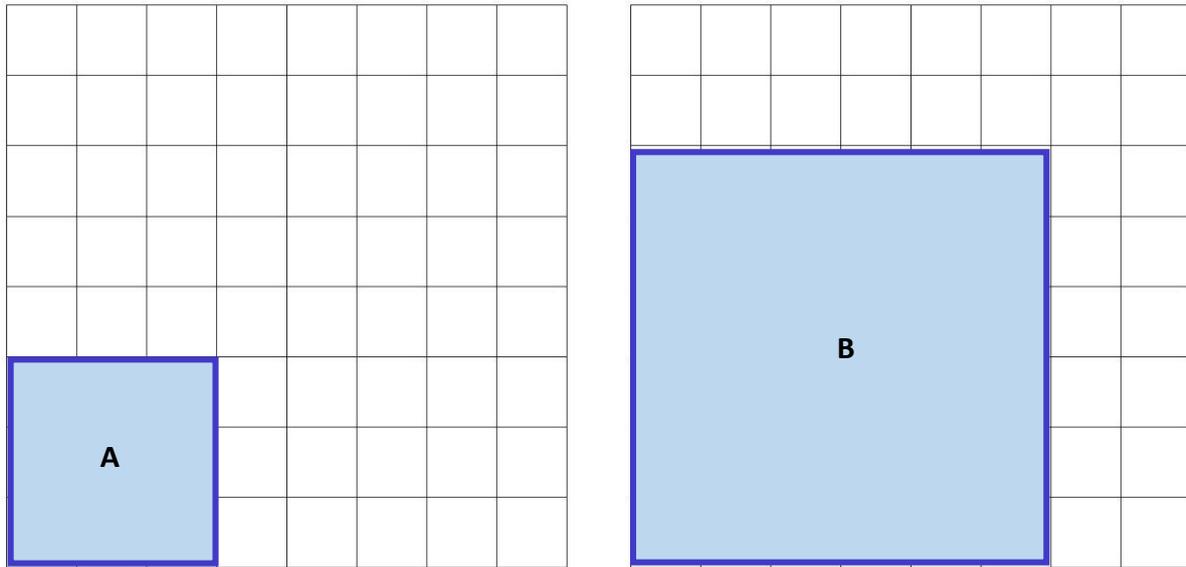
Exemple : Calculer l'aire de la surface colorée ci-dessous. (Le plan n'est pas à l'échelle)



Cette figure peut être découpée en deux figures simples.

<p>1^{ère} solution</p> <p>The diagram shows the L-shape with vertices A, B, C, D, E, F, G. A red horizontal line segment connects G and C, dividing the shape into a square ABCG and a rectangle GDEF.</p>	<p>2^{ème} solution</p> <p>The diagram shows the L-shape with vertices A', B', C', D', E', F', G'. A red vertical line segment connects F' and C', dividing the shape into a rectangle A'B'F'G' and a rectangle C'D'E'F'.</p>
<p>1^{ère} solution</p> <p>$AB = 4,5 - 2 = 2,5 \text{ m}$</p> <p>$AG = 5 - 2,5 = 2,5 \text{ m}$</p> <p>Aire du carré ABCG : $2,5 \times 2,5 = 6,25 \text{ m}^2$</p> <p>Aire du rectangle GDEF : $4,5 \times 2,5 = 11,25 \text{ m}^2$</p> <p>Aire totale de la figure ABCDEF : $17,5 \text{ m}^2$</p> <p>$6,25 + 11,25 = 17,5 \text{ m}^2$</p>	<p>2^{ème} solution</p> <p>$A'B' = 4,5 - 2 = 2,5 \text{ m}$</p> <p>Aire du rectangle A'B'F'G' : $5 \times 2,5 = 12,5 \text{ m}^2$</p> <p>Aire du rectangle C'D'E'F' : $2 \times 2,5 = 5 \text{ m}^2$</p> <p>Aire totale de la figure ABCDEF : $17,5 \text{ m}^2$</p> <p>$12,5 + 5 = 17,5 \text{ m}^2$</p>

Relation périmètre – Aire



Soit le carré A de mesure 3 cm.

Calculer son périmètre et sa surface :

Périmètre de A : $3 \times 4 = 12$ cm

Aire de A : $3 \times 3 = 9$ cm²

On double les dimensions de A. On obtient le carré B.

Que deviennent les dimensions du périmètre et de la surface ?

Longueur du côté du carré B : $3 \text{ cm} \times 2 = 6$ cm

Périmètre de B : $6 \times 4 = 24$ cm. Le périmètre a **doublé**

Aire de B : $6 \times 6 = 36$ cm². L'aire est multipliée par **4**

Que se passe-t-il si l'on triple les dimensions de A en traçant un carré C.

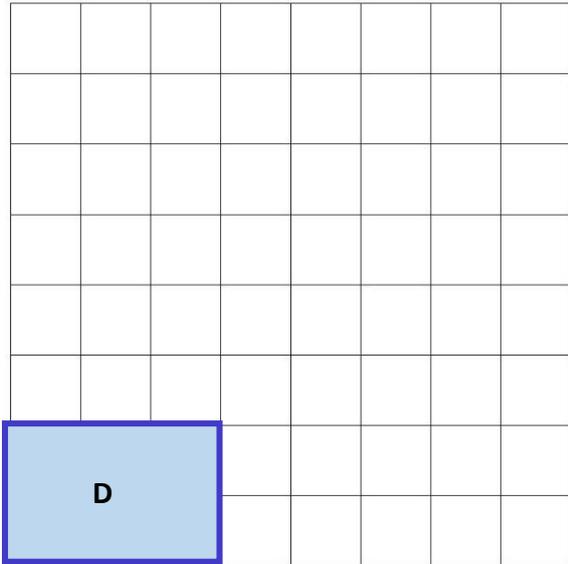
Longueur du côté du carré C : $3 \text{ cm} \times 3 = 9$ cm

Périmètre de C : $9 \times 4 = 36$ cm. Le périmètre a **triplé**.

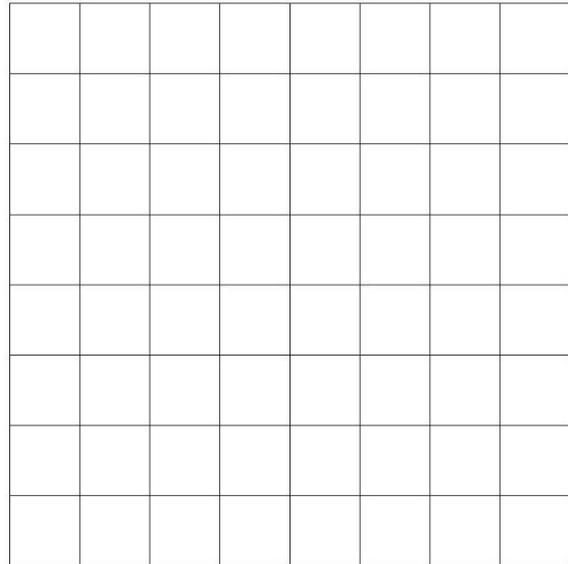
Aire de C : $9 \times 9 = 81$ cm². L'aire est multipliée par $81 \div 9 = 9$

Application 4

Voici un rectangle de Longueur $L = 3$ cm et de largeur $\ell = 2$ cm.



Rectangle D



Rectangle E

Calculer :

1. Le périmètre de D
2. L'aire de D

On double les dimensions de D. On obtient un rectangle E.

3. Dessiner E sur la grille
4. Calculer :
 - Le périmètre de E
 - L'aire de E
5. Que se passe-t-il pour le périmètre et l'aire de E ?

On triple les dimensions D. On obtient un rectangle F.

6. Calculer :
 - Le périmètre de F
 - L'aire de F
7. Que se passe-t-il pour le périmètre et l'aire de E ?

Voir la correction

Correction des applications

Correction 1. Convertir :

$$76\,000 \text{ dm}^2 = 760 \text{ m}^2$$

$$5\,000 \text{ m}^2 = 0,5 \text{ hm}^2$$

[Retour au cours](#)

Correction 2. Convertir :

$$3\,500 \text{ m}^2 = 0,35 \text{ ha}$$

$$700 \text{ ca} = 7 \text{ a}$$

[Retour au cours](#)

Correction 3.

Calculer l'aire d'un disque de diamètre 3 m. On donne $\pi = 3,14$

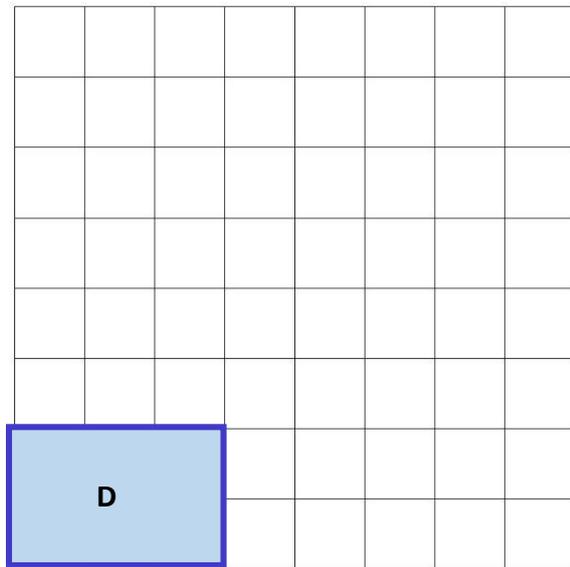
$$\text{Diamètre} = 3 \text{ m} \quad \Rightarrow \quad \text{Rayon} = 3 \div 2 = 1,5 \text{ m}$$

$$\text{Aire du disque } A = \pi R^2 \quad \Rightarrow \quad A = 3,14 \times 1,5 \times 1,5 = 7,065 \text{ m}^2$$

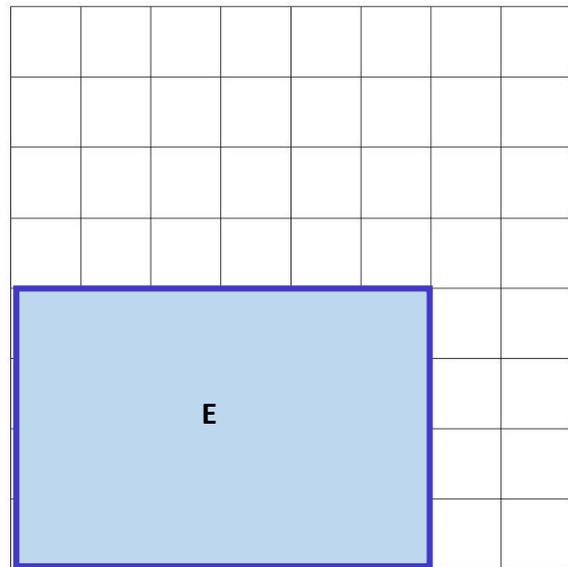
[Retour au cours](#)

Correction 4.

Voici un rectangle de Longueur $L = 3 \text{ cm}$ et de largeur $\ell = 2 \text{ cm}$.



Rectangle D



Rectangle E

Calculer :

1. Le périmètre de D
2. L'aire de D

On double les dimensions de D. On obtient un rectangle E.

3. Dessiner E sur la grille
4. Calculer :
 - Le périmètre de E
 - L'aire de E
5. Que se passe-t-il pour le périmètre et l'aire de E ?

On triple les dimensions D. On obtient un rectangle F.

6. Calculer :
 - Le périmètre de F
 - L'aire de F
7. Que se passe-t-il pour le périmètre et l'aire de E ?

Les mesures du rectangle D sont : Longueur $L = 3$ cm et de largeur $\ell = 2$ cm.

Périmètre de D : $(3 + 2) \times 2 = 10$ cm

Aire de D : $3 \times 2 = 6$ cm²

On **double** les dimensions de D. On obtient le rectangle E de Longueur $L = 3 \times 2 = 6$ cm et de largeur $\ell = 2 \times 2 = 4$ cm.

Périmètre de E : $(6 + 4) \times 2 = 20$ cm. **Le périmètre a doublé**

Aire de E : $6 \times 4 = 24$ cm². **L'aire est multipliée par 4**

On **triple** les dimensions de D. On obtient le rectangle F de Longueur $L = 3 \times 3 = 9$ cm et de largeur $\ell = 2 \times 3 = 6$ cm.

Périmètre de F : $(9 + 6) \times 2 = 30$ cm. **Le périmètre a triplé**

Aire de F : $9 \times 6 = 54$ cm². **L'aire est multipliée par $54 \div 6 = 9$**

Remarque

Suite à l'étude du carré et du rectangle de ce cours, on peut en déduire que pour ces figures, le périmètre et l'aire varient toujours dans le même sens quand on agrandit ou réduit une figure.

- Si l'on double le côté du carré ou du rectangle, le périmètre est multiplié par **2**
- Si l'on triple le côté du carré ou du rectangle, le périmètre est multiplié par **3**
- Si l'on double le côté du carré ou du rectangle, l'aire est multipliée par **4**
- Si l'on triple le côté du carré ou du rectangle, l'aire est multipliée par **9**

Fin du cours