

CFG Palier 3 Module 4 Géométrie

Cours 6 : Symétrie axiale

Pré requis

- Connaître les figures géométriques de base.

Objectifs

À la fin de ce cours, vous serez capable de :

- Compléter une figure par symétrie axiale.
- Construire le symétrique d'un point, d'un segment, d'une droite par rapport à un axe donné.
- Construire la figure symétrique d'une figure donnée par rapport à un axe donné : figure symétrique, axe de symétrie d'une figure, figures symétriques par rapport à un axe ; propriétés de conservation de la symétrie axiale ;
- Définir et caractériser la médiatrice d'un segment : ensemble des points équidistants des extrémités du segment.

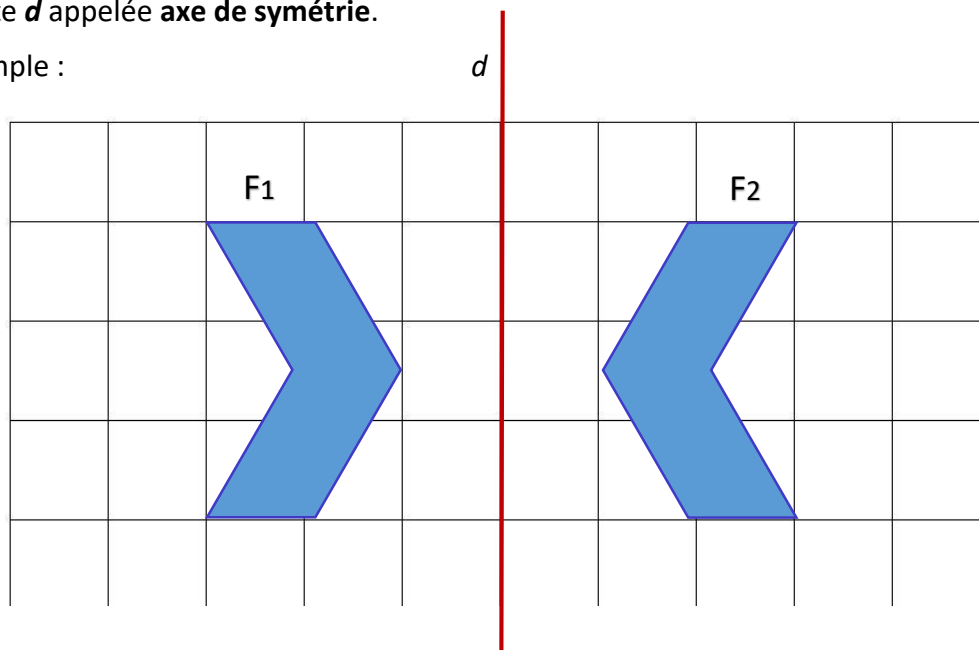
CE DOCUMENT CONTIENT :

CFG Palier 3 Module 4 Géométrie	1
Cours 7 : Symétrie axiale	1
Les figures symétriques	2
La symétrie interne.....	2
Construire le symétrique d'un point par rapport à un axe	3
Propriétés des médiatrices.....	5
Construire le symétrique d'un segment par rapport à un axe.....	7
Construire le symétrique d'une droite par rapport à un axe	8
Construire le symétrique d'un cercle par rapport à un axe	9
Propriétés de la symétrie axiale	10
Axes de symétrie des figures géométriques de base	12
Bissectrice d'un angle	13
Correction des applications.....	14

Les figures symétriques

Deux figures F_1 et F_2 sont dites symétriques si l'on peut les superposer par pliage suivant une droite d appelée **axe de symétrie**.

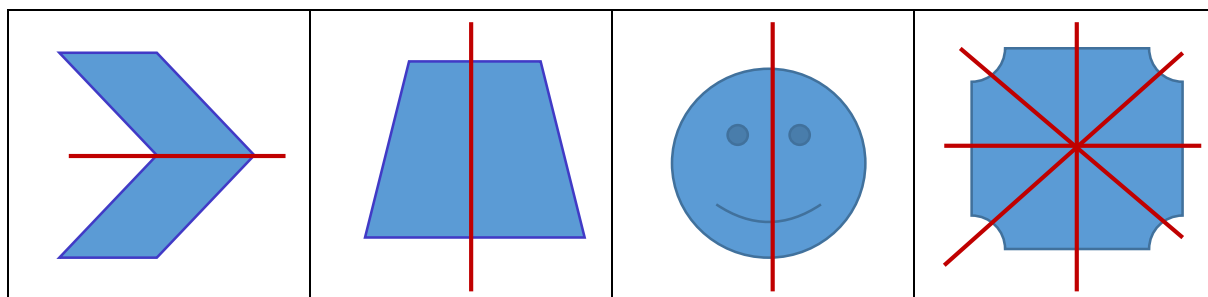
Exemple :



La symétrie interne

Certaines figures possèdent un ou plusieurs axes de symétrie

Exemples :

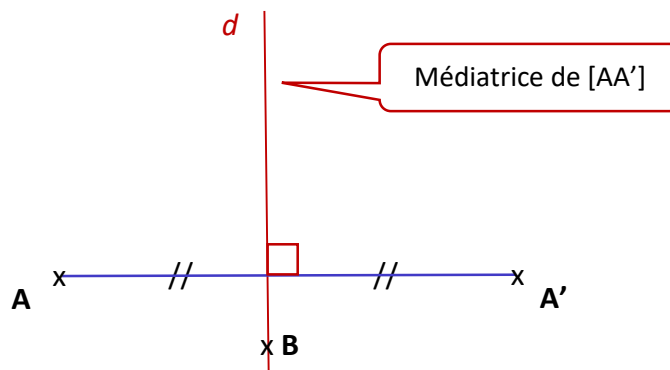


Construire le symétrique d'un point par rapport à un axe

Définition

Le symétrique du point A par rapport à la droite d est le point A' tel que d est la **perpendiculaire** qui passe par le milieu de $[AA']$.

La droite d est la médiatrice (droite perpendiculaire au milieu du segment) du segment $[AA']$.



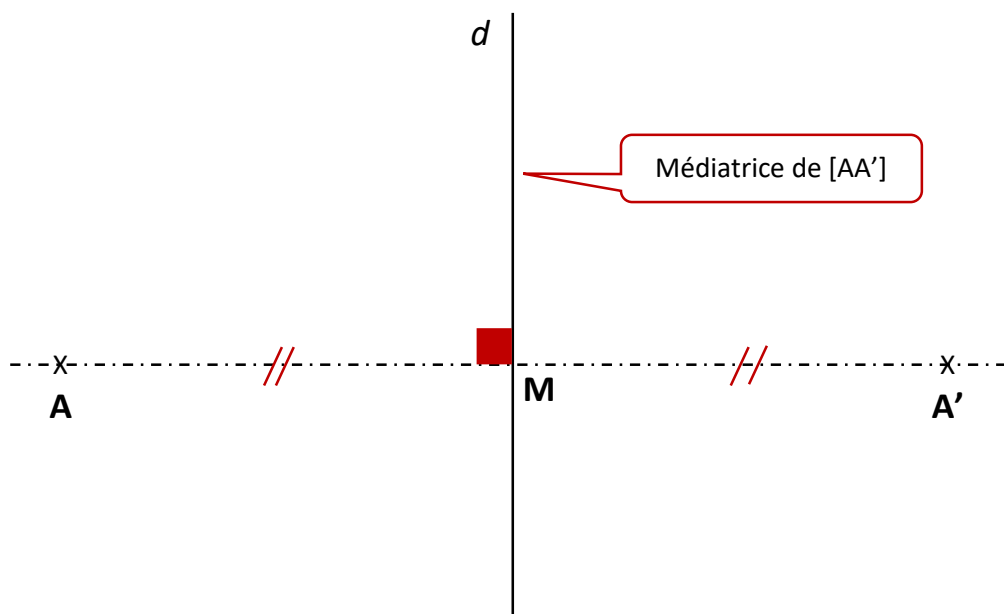
Remarque : si le point B se trouve sur la droite d , B et son symétrique B' se trouvent tous les deux sur la droite d et sont confondus.

Comment construire le symétrique d'un point par rapport à un axe ?

1^{ère} méthode : avec la règle et l'équerre

Exemple : construire le symétrique du point A , par rapport à l'axe d

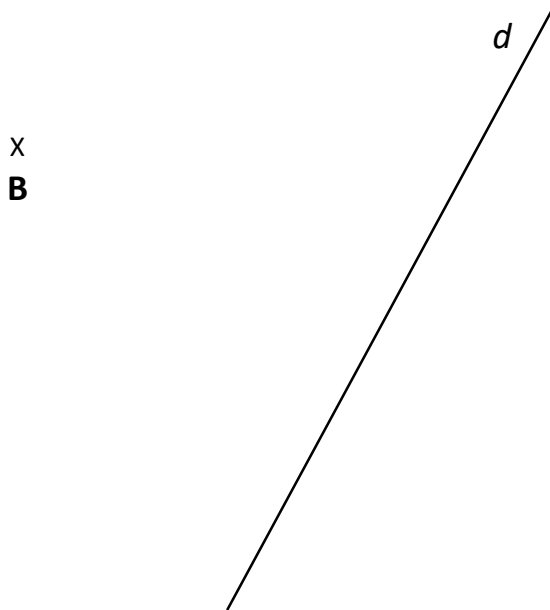
1. Tracer la perpendiculaire à la droite d passant par A . Elle coupe d en M .
2. Sur la droite (AM) , placer le point A' tel que $A'M = AM$.



Application 1

Construire le symétrique B' du Point B par rapport à la droite d .

Matériel : règle et équerre.

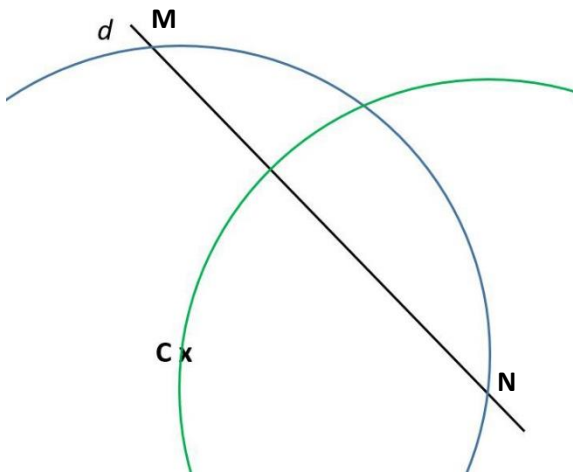
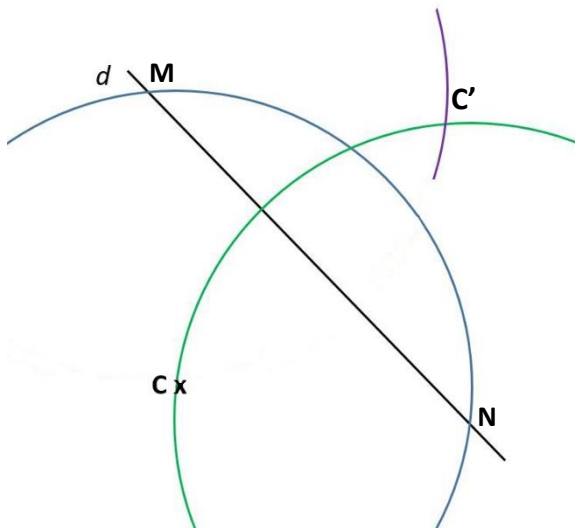


[Voir la correction](#)

Construire le symétrique C' d'un point C par rapport à l'axe d

2^{ème} méthode : avec le compas

Situation initiale : le point C et l'axe d	1. Tracer un arc de cercle de rayon quelconque qui coupe d en 2 points M et N

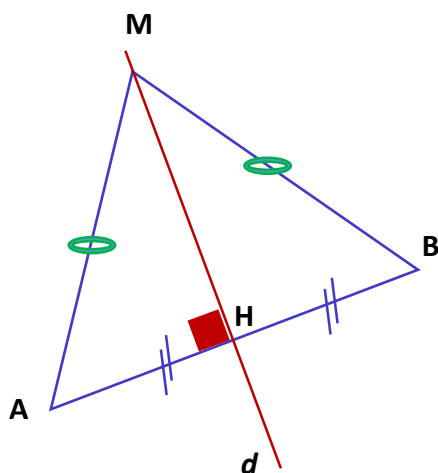
	
<p>2. Conserver le même écartement de compas et tracer un arc de cercle de centre N (arc vert) de l'autre côté de la droite d.</p>	<p>3. Toujours en conservant le même écartement de compas, tracer un arc de cercle de centre M' (arc violet) qui coupe l'arc vert. On obtient le point C'.</p>

Voir la vidéo construction du symétrique d'un point par rapport à un axe : <https://www.youtube.com/watch?v=sxUHj4A3K-8>

Propriétés des médiatrices

Propriété 1 : Si un point appartient à la médiatrice d'un segment, alors il est à égales distances des extrémités du segment.

Exemple :



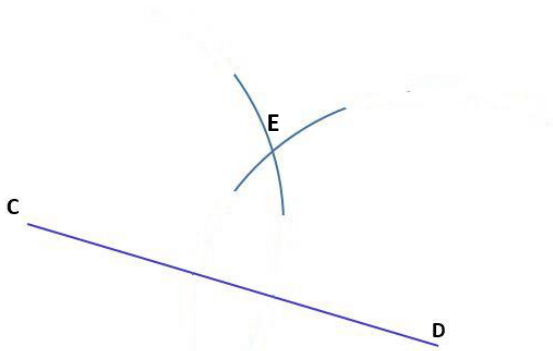
- La droite (d) est la **médiatrice** du segment $[AB]$. C'est la perpendiculaire au milieu de $[AB]$ donc $AH = HB$.
- Le point M est un point qui appartient à la médiatrice du segment $[AB]$ donc $AM = BM$.

Remarque

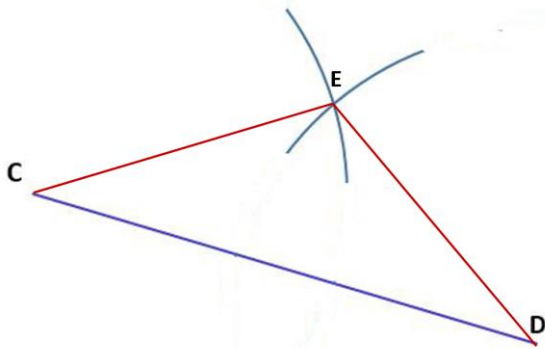
On dit aussi que le point M est équidistant des extrémités du segment $[AB]$.

Propriété 2 : Si un point est situé à égales distances des extrémités d'un segment, alors il appartient à la médiatrice de ce segment.

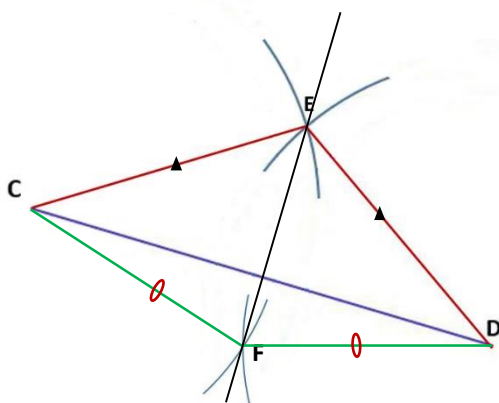
Exemple :



1. A partir des points C et D, tracer deux arcs de cercles de même rayon. Ces deux arcs de cercles se coupent en un point E.



2. On a $CE = DE$ donc le point E appartient à la médiatrice de $[CD]$.



3. Prendre un écart de compas différent et tracer deux autres arcs de cercles de même rayon à partir des points C et D.
4. Ces deux arcs de cercles se coupent en un point F. $CF = DF$ donc le point F appartient à la médiatrice du segment $[CD]$

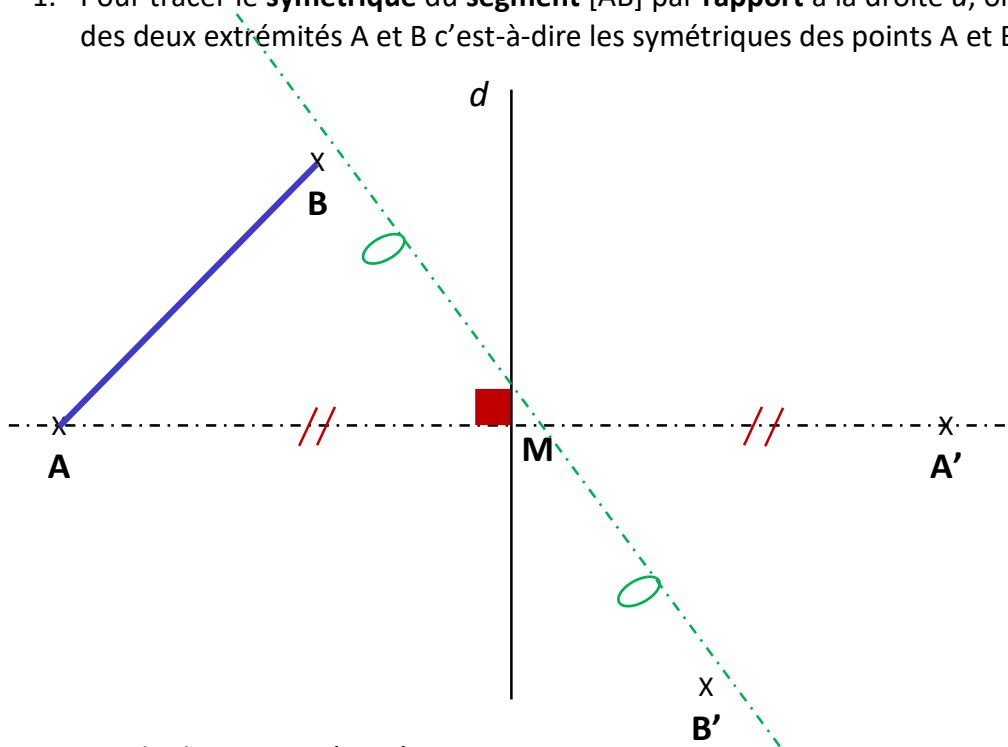
La droite (EF) est donc la médiatrice de $[CD]$

Construire le symétrique d'un segment par rapport à un axe

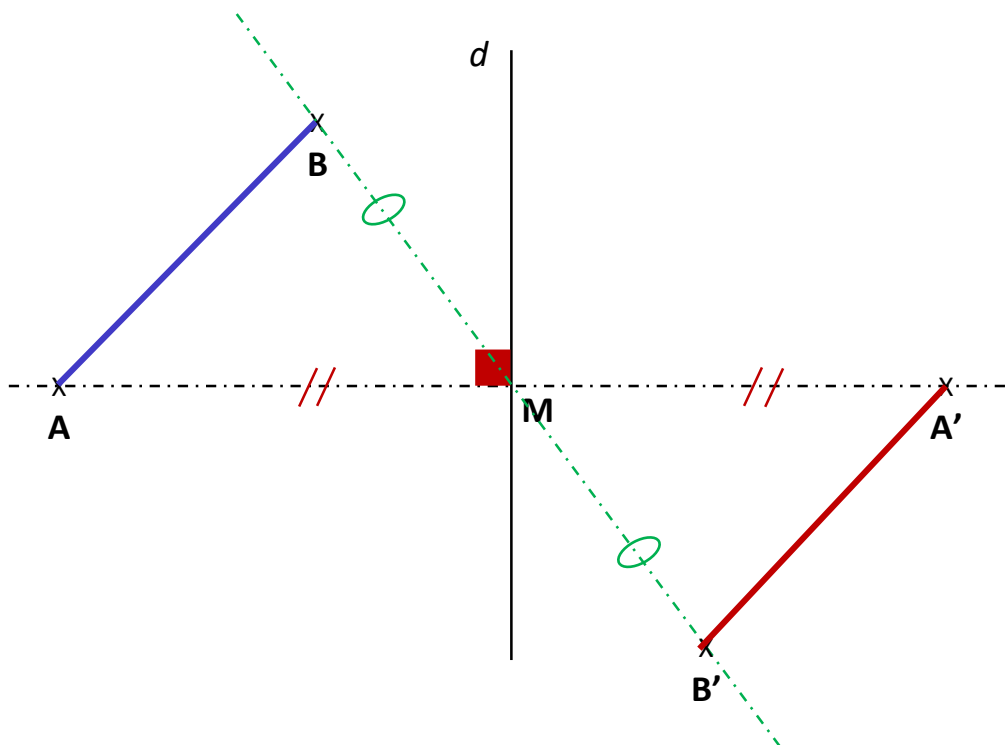
Propriété

Le symétrique d'un segment par rapport à une droite est un segment de même longueur.

1. Pour tracer le **symétrique** du **segment** $[AB]$ par **rappor**t à la droite d , on trace *l'image* des deux extrémités A et B c'est-à-dire les symétriques des points A et B .



2. Joindre les points A' et B'



$A'B' = AB$. On dit que la symétrie axiale conserve les longueurs.

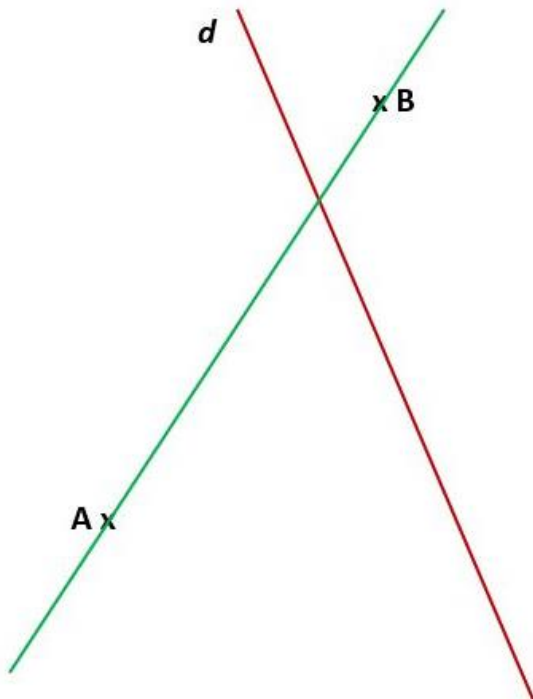
Construire le symétrique d'une droite par rapport à un axe

Pour construire le symétrique d'une droite par rapport à un axe, il suffit de construire les symétriques de deux points de la droite par rapport à cet axe.

Application 2

Tracer la droite (A'B') symétrique de la droite (AB) par rapport à l'axe d .

Situation initiale :



Programme de construction

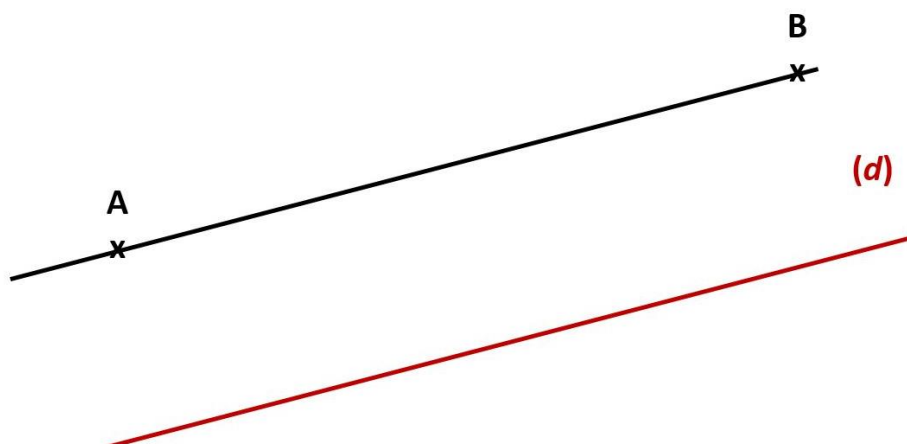
1. Construire le point A' Symétrique de A par rapport à d .
2. Construire le point B' Symétrique de B par rapport à d .
3. Tracer la droite (A'B')

La droite (A'B') est la droite symétrique à la droite (AB) par rapport à (d).

[Voir la correction](#)

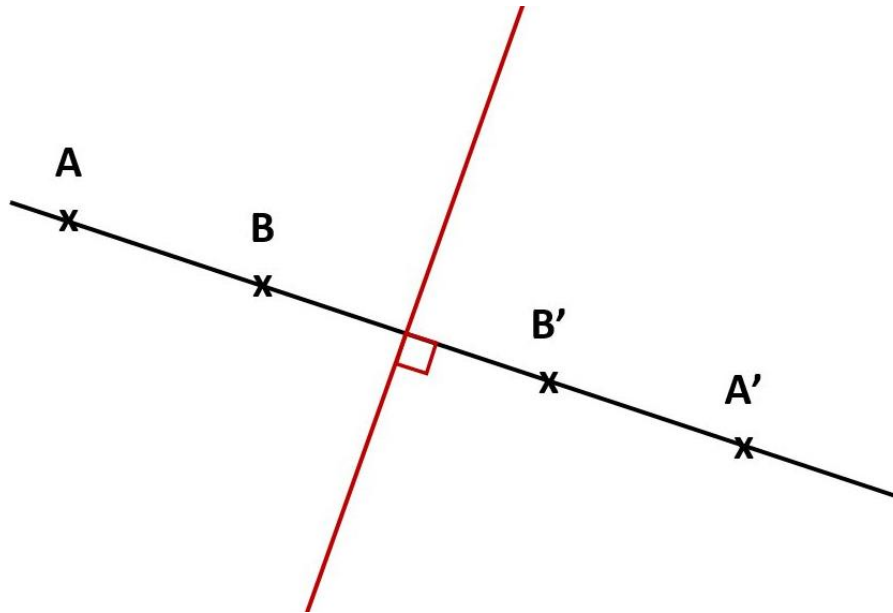
Application 3

Tracer le symétrique de la droite (AB) par rapport à l'axe (d) dans le cas où la droite (AB) et l'axe (d) sont parallèles.



[Voir la correction](#)

Autre exemple : Tracer le symétrique de la droite (AB) par rapport à l'axe (d) dans le cas où la droite (AB) et la droite (d) sont perpendiculaires.



$$A'B' = AB$$

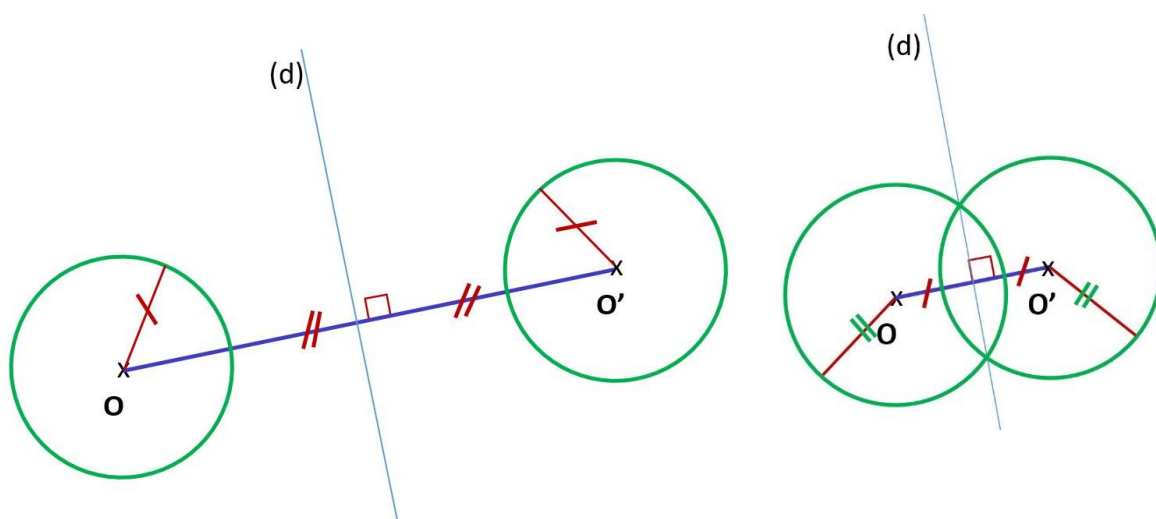
Remarque

La droite (AB) et la droite (A'B') sont confondues.

Construire le symétrique d'un cercle par rapport à un axe

Le symétrique d'un cercle de centre O par rapport à une droite (d) est un cercle de même rayon (ou diamètre) et dont le centre O' est le symétrique du centre du premier cercle.

Selon la position du centre du cercle et la taille du rayon, il y a deux situations possibles :



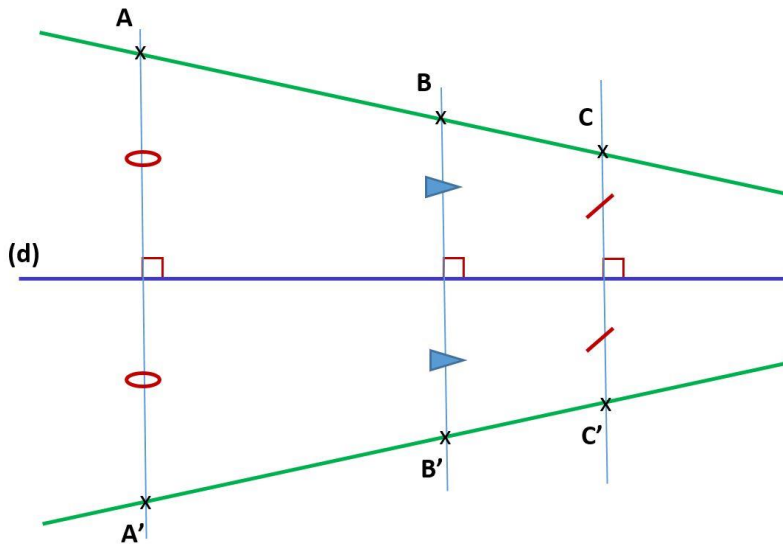
Le point O' est le symétrique de O par rapport à (d).

Le cercle de centre O et le cercle de centre O' ont le même rayon.

Propriétés de la symétrie axiale

Dans une symétrie axiale, le symétrique d'une droite est une droite (comme étudié précédemment).

Les points A, B et C sont alignés, donc leurs symétriques A', B' et C' par rapport à la droite (d) sont aussi alignés. Le symétrique de la droite (d) est la droite (d').



Les points A, B et C sont alignés.

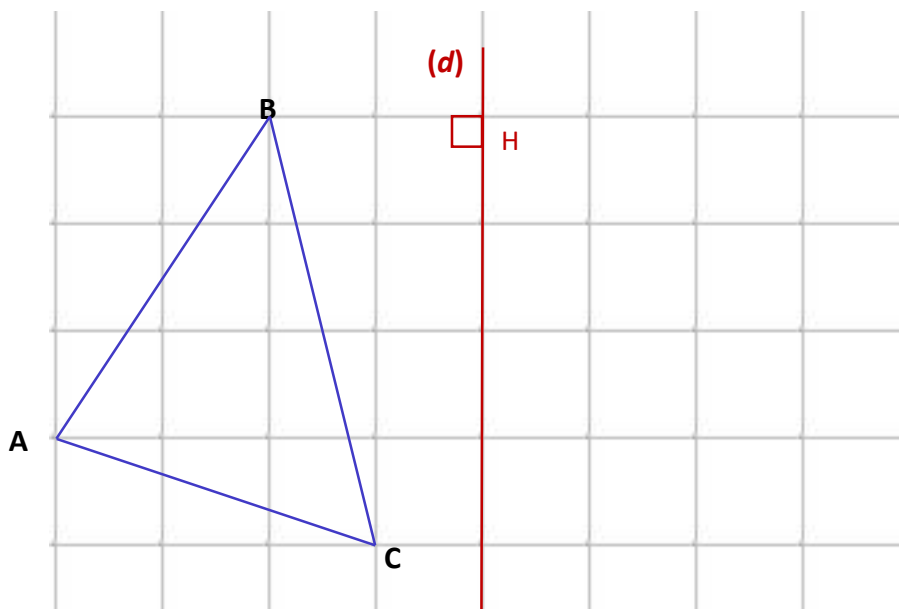
Les points A', B' et C' sont aussi alignés.

On dit que la symétrie axiale conserve l'alignement

Application 4

Construire le symétrique du triangle ABC par rapport à l'axe (d).

Exemple :



1. Mesurer les côtés du triangle ABC et A'B'C'

AB =cm

A'B' =cm

BC =cm

B'C' =cm

AC =cm

A'C' =cm

2. Calculer les périmètres en détaillant les calculs :

Périmètre du triangle ABC :

.....

Périmètre du triangle A'B'C' :

.....

[Voir la correction](#)

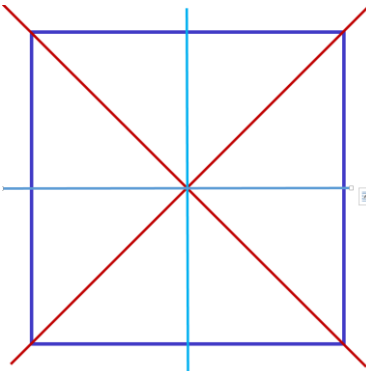
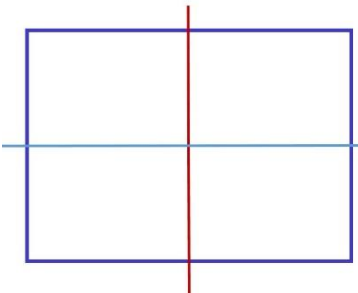
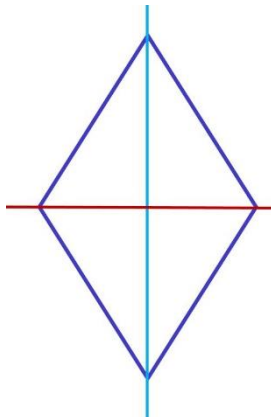
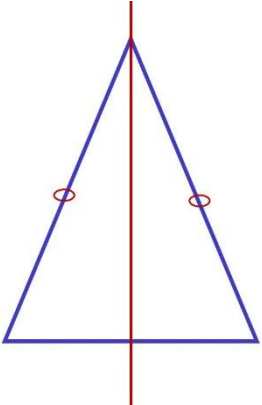
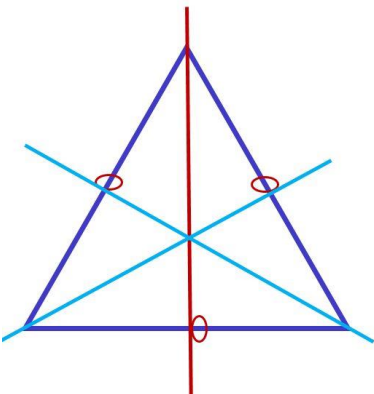
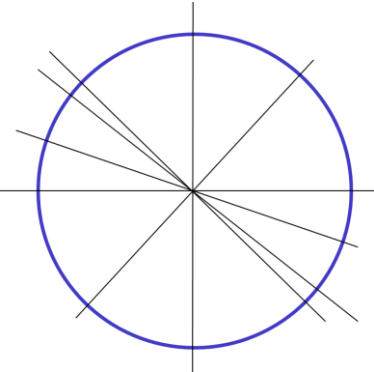
Propriétés de la symétrie axiale

La symétrie axiale conserve :

- **les perpendiculaires** : les symétriques par rapport à une droite de deux droites perpendiculaires sont perpendiculaires.
- **les parallèles** : les symétriques par rapport à une droite de deux droites parallèles sont parallèles.
- **l'alignement** : Les symétriques de trois points alignés par rapport à une droite (d) sont trois points alignés.
- **les distances** : deux segments symétriques par rapport à une droite ont même longueur.
- **les mesures d'angle** : deux angles symétriques par rapport à une droite ont même mesure.
- **les périmètres et les aires.**

Axes de symétrie des figures géométriques de base

La droite (d) est un axe de symétrie d'une figure si le symétrique de la figure par rapport à cette droite (d) se superpose à la figure.

<p style="text-align: center;">Carré</p>  <p style="text-align: center;">4 axes de symétrie</p>	<p style="text-align: center;">Rectangle</p>  <p style="text-align: center;">2 axes de symétrie</p>	<p style="text-align: center;">Losange</p>  <p style="text-align: center;">2 axes de symétrie</p>
<p style="text-align: center;">Triangle isocèle</p>  <p style="text-align: center;">1 axe de symétrie</p>	<p style="text-align: center;">Triangle équilatéral</p>  <p style="text-align: center;">3 axes de symétrie</p>	<p style="text-align: center;">Cercle</p>  <p style="text-align: center;">Une infinité d'axes de symétrie</p>

Remarques

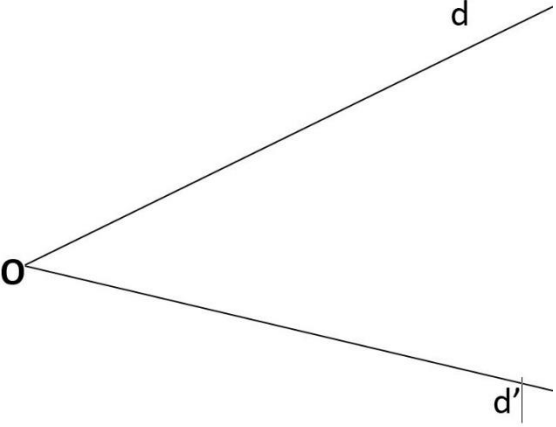
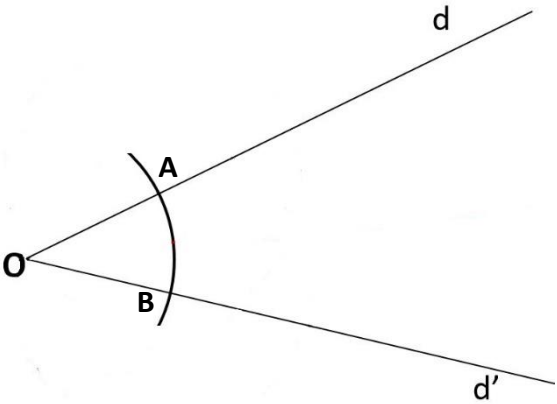
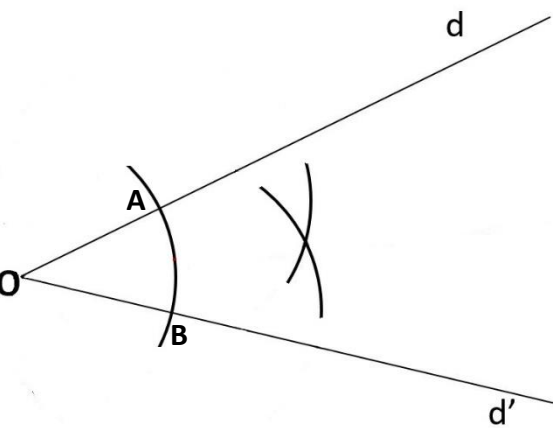
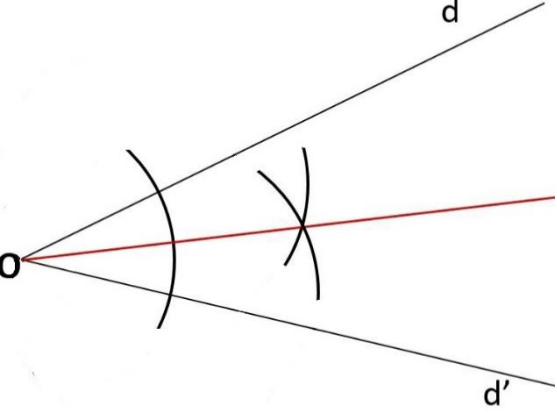
- Un triangle isocèle a un axe de symétrie, cet axe passe par le sommet principal et le milieu de la base du triangle.
- Un triangle équilatéral a trois axes de symétrie, chaque axe passe par un sommet et le milieu de la base opposée au sommet du triangle.

Bissectrice d'un angle

La bissectrice d'un angle est la demi-droite qui partage cet angle en deux parties égales.

Programme de la construction de la bissectrice d'un angle

Exemple : tracer la bissectrice de l'angle $\widehat{dOd'}$.

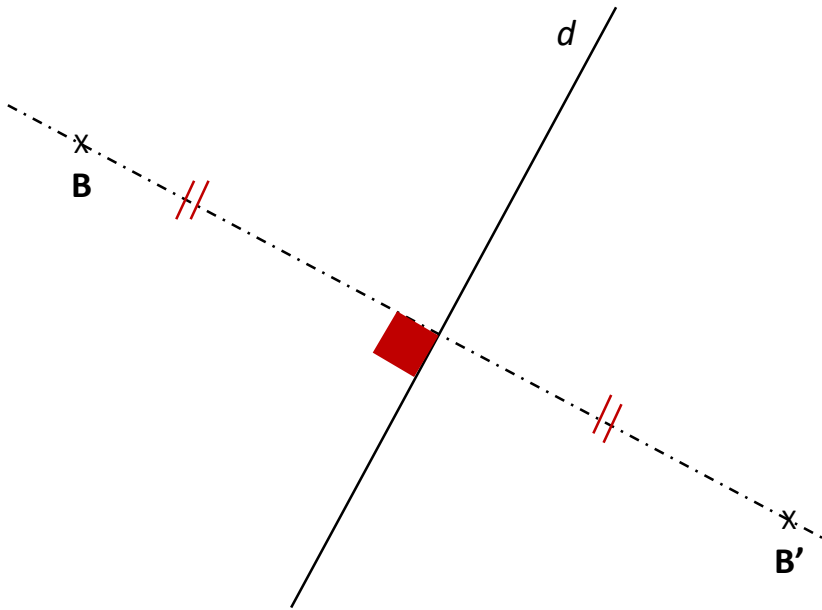
	
Situation initiale	1. Pointer le compas en O et tracer un arc de cercle qui coupe $[Od)$ et $[Od')$ pour obtenir les points A et B .
	
2. Pointer le compas en A et tracer un arc de cercle à l'intérieur de l'angle. 3. Conserver l'écart de compas et pointer le compas en B et tracer un arc de cercle à l'intérieur de l'angle.	4. L'intersection donne le Point C . 5. Tracer la demi-droite $[OC)$. C'est la bissectrice de l'angle $\widehat{dOd'}$

Correction des applications

Correction 1.

Construire le symétrique B' du Point B par rapport à la droite d .

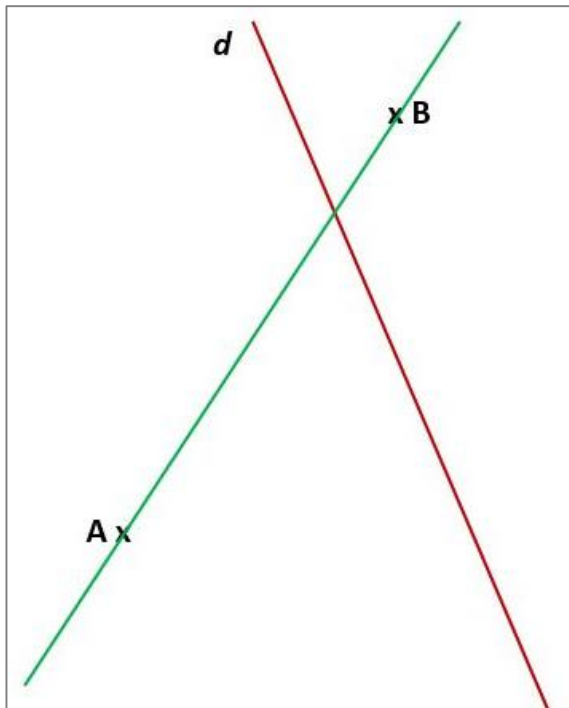
Matériel : règle et équerre.



[Retour au cours](#)

Correction 2.

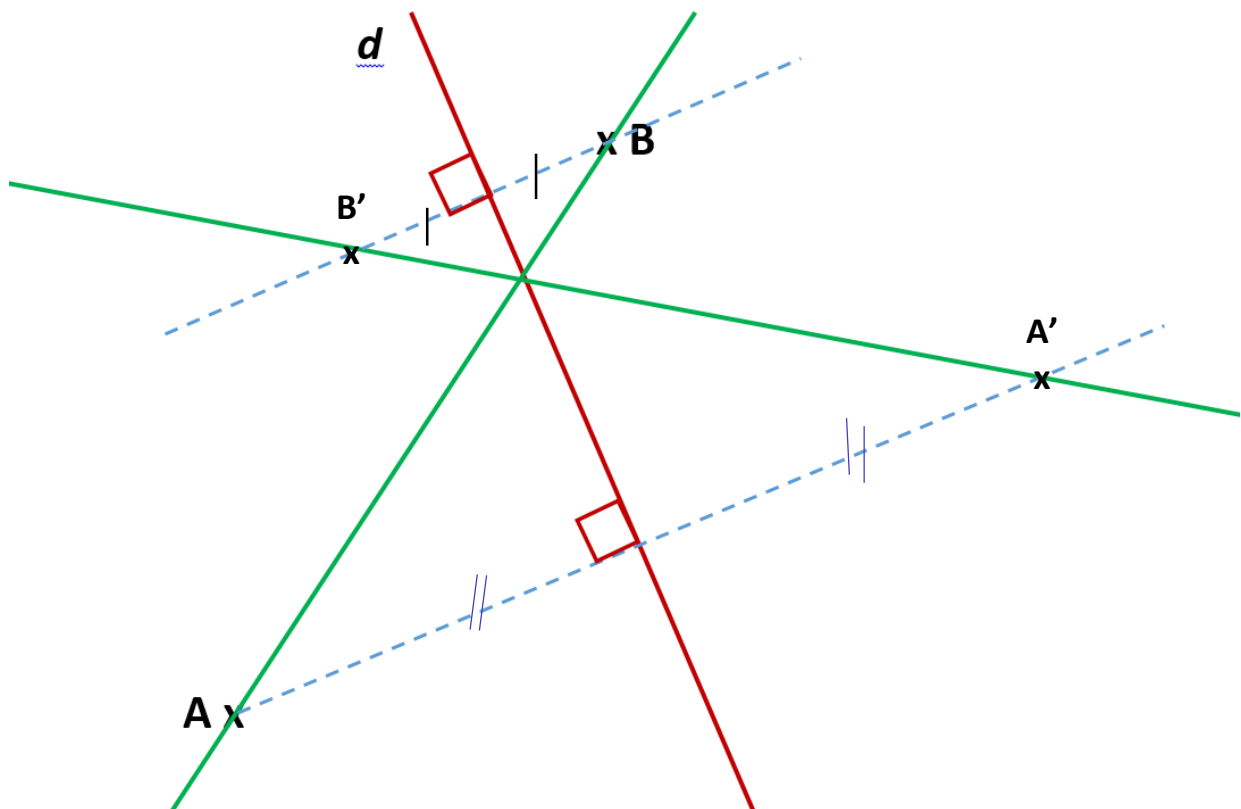
Situation initiale :



Programme de construction

1. Construire le point A' Symétrique de A par rapport à d .
2. Construire le point B' Symétrique de B par rapport à d .
3. Tracer la droite $(A'B')$

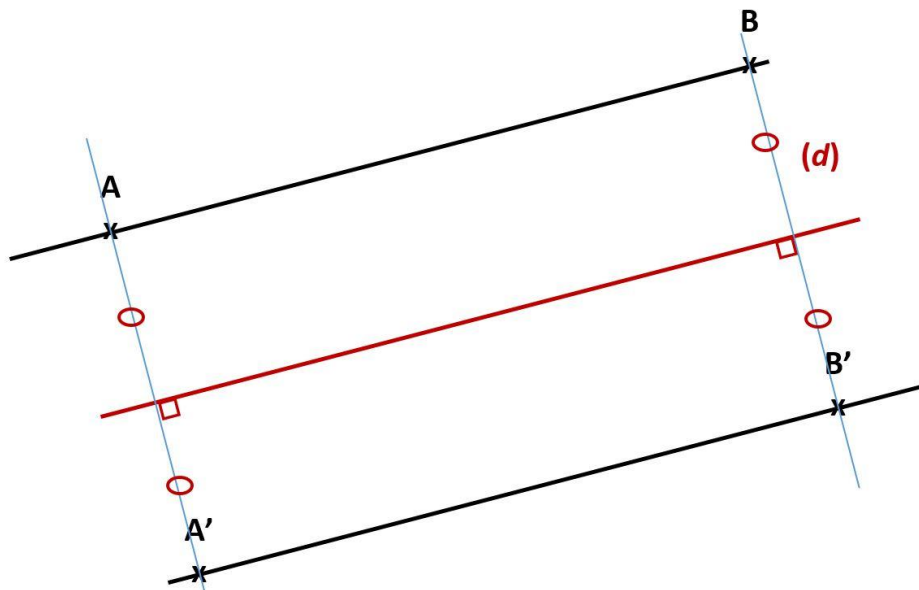
La droite $(A'B')$ est la droite symétrique à la droite (AB) par rapport à (d) .



[Retour au cours](#)

Correction 3.

Tracer le symétrique de la droite (AB) par rapport à l'axe (d) dans le cas où la droite (AB) et l'axe (d) sont parallèles.



Remarque

Puisque $AA' = BB'$, la droite (AB) est parallèle à (A'B')

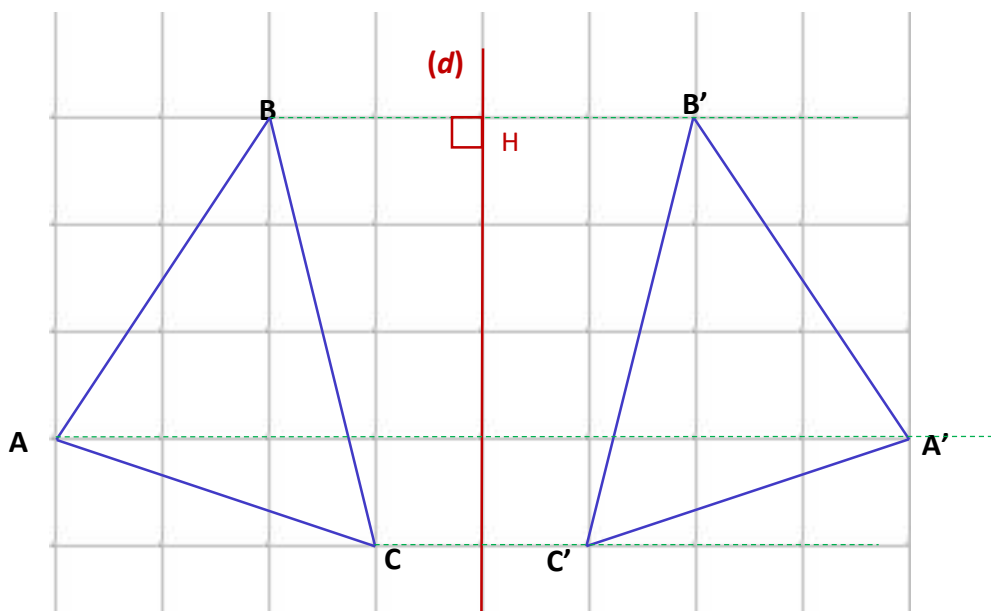
On dit que les symétries axiales conservent le parallélisme.

[Retour au cours](#)

Correction 4.

Construire le symétrique du triangle ABC par rapport à l'axe (d).

Exemple :



4. Mesurer les côtés du triangle ABC et A'B'C'

AB =cm

A'B' =cm

BC =cm

B'C' =cm

AC =cm

A'C' =cm

5. Calculer les périmètres en détaillant les calculs :

Périmètre du triangle ABC :

.....

Périmètre du triangle A'B'C' :

.....

Les figures ABC et A'B'C' sont symétriques par rapport à la droite (d). Les figures ABC et A'B'C' ont même périmètre et même aire.

On dit que la symétrie axiale conserve les périmètres et les aires.

Cet exercice n'est pas entièrement corrigé car les mesures peuvent varier selon la taille des photocopies.

[Retour au cours](#)

Fin du cours : faire les exercices palier 3 Symétrie